

AD-A211 054

AN EXTENSION OF COCHRAN'S TEST  
FOR HOMOGENEITY OF VARIANCES

BY

H. SOLOMON and M. A. STEPHENS

TECHNICAL REPORT NO. 419

AUGUST 8, 1989

Prepared Under Contract

N00014-89-J-1627 (NR-042-267)

For the Office of Naval Research

Herbert Solomon, Project Director

Reproduction in Whole or in Part is Permitted  
for any purpose of the United States Government

Approved for public release; distribution unlimited.

DEPARTMENT OF STATISTICS  
STANFORD UNIVERSITY  
STANFORD, CALIFORNIA

DTIC  
ELECTE  
AUG 08 1989  
S B D

## 1. Introduction

Cochran's (1941) well-known test for equality of  $k$  normal population variances proceeds as follows. Let  $\sigma_i^2$ ,  $i = 1, \dots, k$ , be the population variances, and the null hypothesis is

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2, \text{ say.} \quad (1)$$

Suppose  $k$  sample variances, one from each population, are given, each based on  $n$  degrees of freedom; let the values be  $s_1^2, s_2^2, \dots, s_k^2$ . Let these be ranked, so that, labelled in ascending order, the values are  $s_{(1)}^2 < s_{(2)}^2 < \dots < s_{(k)}^2$ . To test  $H_0$ , Cochran suggested the statistic

$$Z = s_{(k)}^2 / Y \quad (2)$$

where  $Y = \sum_{i=1}^k s_i^2$ . Thus the statistic compares the largest sample variance with the sum of all variances, and is clearly appropriate to test  $H_0$  against the alternative that one population variance is larger than the rest. Solomon and Stephens (1989) have recently given very complete tables of the distribution of  $Z$  and have described, in particular, the usefulness of the test in process control; for example, to see if the largest variance in a sample of one week's daily output is excessively large. Solomon and Stephens (1989) also give references to earlier literature and to other applications, particularly for  $n = 2$ , to testing for white noise in time series analysis.

The question has been raised what to do if it is suspected that more than one variance is particularly large compared to the others, perhaps, say, in examining 30 daily variances from one month's output. One might propose to apply Cochran's test successively: when one variance has been found too high, remove it and repeat the test on  $k - 1$  variances; continue this procedure, rejecting the largest of the current set of variances, till no further significance is found for  $Z$ . However, for such a technique, it is virtually impossible to evaluate the overall significance level, that is, to find the probability of rejecting  $m$  variances, if this is what happens, when  $H_0$  is true.

In this article extensive tables are given to test the hypothesis of  $k$  equal variances, each with  $n$  degrees of freedom, where rejection would indicate that the  $m$ -th largest sample variance is an outlier. This is based on the ratio of the  $m$ -th largest sample variance to



Dist	Special
A-1	

the sum  $Y$ . Thus the test statistic is

$$Z_m = \frac{s_{(k+1-m)}^2}{Y}; \quad (3)$$

Cochran's statistic  $Z$ , defined in (2) is identical to  $Z_1$ . The rationale behind this test is as follows. When the  $s_i^2$  are ranked, we can imagine them plotted against the expected values of  $k$  ordered chi-square variables, with degrees of freedom  $n$ . If  $H_0$  is true, the plot should appear like a straight line. A commonly occurring alternative to the straight line plot, occurring in data analysis, is a plot in which the smallest  $s_i^2$  values are close to a straight line, but, say, the top  $m$  values are all too large to be on the line. Suppose, then, the  $m$ -th largest  $s_i^2$ , that is  $s_{(k+1-m)}^2$ , is *significantly* large. The other larger  $s_i^2$ , namely  $s_{(k+2-m)}^2$ ,  $s_{(k+3-m)}^2$ , etc., will probably be large also, even if not themselves significantly large, because they must be in order of increasing size. Such an event ( $s_{(k+1-m)}^2$  significantly large) will suggest that  $m$  population variances are larger than all the others. When, as usually happens, the value of  $\sigma^2$  in  $H_0$  is not known, it is necessary to divide by  $Y$  in order to obtain a scale-free statistic, and this leads to the statistic  $Z_m$ . The statistic is not formally developed as, say, a likelihood-ratio statistic, but will be useful in analyzing real data on variances, such as arise in quality assurance; in the example quoted above, several variances during the course of a month may have appeared to be too large, and the test can be used to examine this possibility.

The test procedure is set out below, and the theory of the test, together with some comments, is given in Section 3.

## 2. Test Procedure

The steps in making the test are:

- (a) Rank the  $k$  given sample variances (which must be independent and each based on  $n$  degrees of freedom):  $s_{(1)}^2 < s_{(2)}^2 < \cdots < s_{(k)}^2$ .
- (b) Calculate  $Z_m$  from (3), where  $Y = s_{(1)}^2 + s_{(2)}^2 + \cdots + s_{(k)}^2$ .
- (c) Refer to Table 1 for the appropriate values of  $k$ , degrees of freedom  $n$  and  $m$ .
- (d) If  $Z_m$  is larger than the value given for significance level  $\alpha$ , reject  $H_0$  at level  $\alpha$ .

Table 1 contains the percentage points of the null distribution of  $Z_m$ . These have been found as described in the next section.

EXAMPLE. Duncan (1986, p. 388) gives a data set of inside diameters, consisting of 20 samples of size 5; hence  $k = 20$  and  $n = 4$ . The values of  $s_i^2$  are 16.5, 12.3, 10.3, 15.2, 2.7, 11.3, 7.5, 19.8, 5.8, 5.8, 5.7, 11.3, 12.3, 3.5, 8.2, 12.5, 18.5, 6.5, 4.7, and 6.0; with a total of 196.4. This example was used in Solomon and Stephens (1989) to show the use of Cochran's statistic ( $Z_1$  in our present notation), and, with  $Z_1 = .1008$ , it was shown that the largest variance was not unusually large. It might be thought that the fourth largest sample variance 15.2 is an anomalous value, so we test the hypothesis of equal  $\sigma^2$  using  $Z_4$ , which equals  $15.2/196.4 = 0.0774$ .

Reference to Table 1, with  $k = 20$ ,  $n = 4$  shows  $Z_4$  to be not significant even at the 50% level, so that there is no reason to reject  $H_0$ .

### 3. Theory of the Test and Calculation of Percentage Points

In Solomon and Stephens (1989) it was shown how the distribution of  $Z_1$  could be calculated exactly for small  $k$ , and could be very well approximated, for larger values of  $k$ , by fitting Pearson curves. Again, for very small  $k$ , the exact distribution of  $Z_m$  could, in principle, be found, although with greater difficulty, but here we use only the Pearson Curve approximation.  $Z_m$  can be constructed as follows:

(a) Let  $y_1, y_2, \dots, y_k$  be i.i.d. random variables, each with the distribution  $\sigma^2 \chi_n^2$ , where  $\sigma^2$  is any positive value; let  $y_{(1)} < y_{(2)} < \dots < y_{(k)}$  be the order statistics of the set  $y_i$ .

(b) Let  $Y = \sum_j y_j$ .

(c) Then  $Z_m = y_{(k+1-m)}/Y$ .

It is clear that the distribution of  $Z_m$  is independent of  $\sigma$ , the scale parameter of  $y_i$ ; also  $Y$  is a completely sufficient statistic for  $\sigma^2$ . Thus, by the Basu/Hogg/Craig Theorem,  $Z_m$  and  $Y$  are independently distributed. We can henceforth assume that  $\sigma = 1$ . Then

$Z_m Y = y_{(k+1-m)}$ , and we have

$$E(Z_m^r) = \frac{E(y_{(k+1-m)}^r)}{E(Y^r)}, \quad (4)$$

where  $E(\cdot)$  denotes expectation. The denominator of (4) is easy to find, since  $Y$  is a  $\chi^2$ -variable with  $kn$  degrees of freedom: then

$$E(Y^r) = \frac{2^r \{(kn + 2r)/2\}}{\Gamma(kn/2)}. \quad (5)$$

For the distribution of  $y_{(k+1-m)}$ , let  $G(t)$  be the distribution, and  $g(t)$  the density, of  $\chi_n^2$ ; then  $E(y_{(i)}^r)$ , for any  $i$  ( $1 \leq i \leq k$ ) is

$$E(y_{(i)}^r) = \frac{n!}{(n-i)!(i-1)!} \int_0^\infty t^r G^{i-1}(t) [1 - G(t)]^{n-i} g(t) dt. \quad (6)$$

The moments of  $y_{(k+1-m)}$  can be calculated from (6), and hence, using (4) and (5), the moments of  $Z_m$  can be found. The first 4 moments have been used to fit Pearson curves to the distribution of  $Z_m$ , as described by Solomon and Stephens (1978), and hence to obtain percentage points of  $Z_m$ . These can be expected to be very accurate, especially in the long upper tail which will be used, in general, in the present application.

COMMENTS ON TABLE 1. (1) *The case  $n = 2$ .* For this case, the  $\chi_2^2$  distribution is essentially the exponential distribution, and the special properties of this distribution can be used to give an exact answer to the probability ( $Z_m > z$ ). This was done by Fisher (1929) in connection with testing for white noise in time series, and by Stevens (1939), in connection with a problem in geometric probability. Fisher (1940) discussed the two problems, and gave a small table of upper 5% points of  $Z_m$ , for  $m = 1$  and 2. ( $Z_1$  and  $Z_2$  are there called  $g_1$  and  $g_2$ ). A comparison of our points with Fisher's is given in the small table following: P.C. refers to the Pearson curve points,  $F$  to the exact points as given by Fisher.

		$k : 5$	10	20	30
$m = 1$	F	.6838*	.4449	.2704	.1978
$m = 1$	P.C.	.6838*	.4437	.2700	.1977
$m = 2$	F	.3670*	.2651	.1755	.1336
$m = 2$	P.C.	.3653	.2641	.1753	.1335

\*These are exact results, see comment (2) below.

It is clear that the Pearson curve fits give excellent results; calculations show that the errors in  $\alpha$  given by using the P.C. points at the 5% level will be less than 0.25%.

(2) For  $m = 1$  an exact formula is available for  $P(Z_m > z)$  when  $z > 0.5$ . This was used in Solomon and Stephens (1989) and is again used in the present Table 1, which repeats results for  $m = 1$  for the sake of completeness.

(3) As a check, we calculated the moments of  $y_{(k+1-m)}$  using several available algorithms for the incomplete Gamma distribution. Table 1 as given uses the most recent, by Shea (1988). Other algorithms gave essentially the same values in the upper tail, but slightly different values in the lower tail, especially for small  $k$  and  $n$ . The lower tail is, of course, much less likely to be used in applications, and, to make the Table of manageable size, we give only the upper tail points. A much more extensive table including the lower tail, is available from the second author.

This work was partially supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada, and by the U. S. Office of Naval Research, and the authors express thanks to both of these agencies.

## References

- Cochran, W. G. (1941). The distribution of the largest of a set of estimated variances as a fraction of their total, *Annals of Eugenics* 11, 47-52.
- Duncan, A. J. (1986). *Quality Control and Industrial Statistics*. Irwin: Holmwood, Illinois.
- Fisher, R. A. (1929). Tests of significance in harmonic analysis. *Proceedings of the Royal Society, A* 125, 54-9.
- Fisher, R. A. (1940). On the similarity of the distributions found for the test of significance

- in harmonic analysis, and in Stevens's problem in geometric probability, *Annals of Eugenics* 10, 14-17.
- Shea, B. L. (1988). Chi-squared and Incomplete Gamma Integral. Algorithm AS 239. *Applied Statistics* 37, 466-473.
- Solomon, H. and Stephens, M. A. (1978). Approximations to density functions using Pearson curves, *Journal of the American Statistical Association* 73, 153-160.
- Solomon, H. and Stephens, M. A. (1989). Percentage points for Cochran's test for equality of variances, *Journal of Quality Technology*, to appear.
- Stevens, W. L. (1939). Solution to a geometrical problem in probability, *Annals of Eugenics* 9, 315-20.

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$  Table for  $k = 5$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.532	0.778	0.841	0.887	0.928	9	1	0.309	0.394	0.424	0.451	0.484
1	2	0.254	0.372	0.399	0.420	0.442	9	2	0.237	0.280	0.293	0.305	0.321
1	3	0.118	0.219	0.243	0.260	0.276	9	3	0.191	0.224	0.233	0.241	0.250
2	1	0.438	0.624	0.684	0.734	0.789	10	1	0.303	0.383	0.411	0.437	0.469
2	2	0.257	0.342	0.365	0.386	0.409	10	2	0.236	0.276	0.289	0.301	0.316
2	3	0.158	0.229	0.246	0.259	0.272	10	3	0.192	0.224	0.232	0.239	0.248
3	1	0.393	0.546	0.598	0.644	0.696	11	1	0.299	0.374	0.401	0.425	0.456
3	2	0.253	0.323	0.344	0.363	0.385	11	2	0.234	0.273	0.285	0.297	0.311
3	3	0.172	0.230	0.244	0.255	0.267	11	3	0.192	0.223	0.231	0.238	0.246
4	1	0.367	0.498	0.544	0.585	0.633	12	1	0.294	0.366	0.392	0.415	0.444
4	2	0.249	0.311	0.330	0.347	0.367	12	2	0.233	0.270	0.282	0.293	0.307
4	3	0.179	0.229	0.242	0.252	0.263	12	3	0.193	0.222	0.230	0.237	0.245
5	1	0.348	0.465	0.506	0.544	0.587	14	1	0.287	0.353	0.376	0.398	0.424
5	2	0.246	0.302	0.319	0.335	0.354	14	2	0.231	0.265	0.276	0.287	0.300
5	3	0.183	0.228	0.239	0.249	0.259	14	3	0.194	0.221	0.229	0.235	0.242
6	1	0.335	0.441	0.477	0.512	0.553	16	1	0.281	0.343	0.364	0.384	0.409
6	2	0.243	0.294	0.311	0.325	0.343	16	2	0.229	0.262	0.272	0.282	0.294
6	3	0.186	0.227	0.238	0.247	0.256	16	3	0.195	0.220	0.227	0.233	0.240
7	1	0.325	0.422	0.456	0.487	0.526	18	1	0.276	0.334	0.354	0.373	0.396
7	2	0.241	0.289	0.304	0.317	0.335	18	2	0.228	0.258	0.268	0.277	0.289
7	3	0.188	0.226	0.236	0.244	0.254	18	3	0.195	0.219	0.226	0.232	0.238
8	1	0.316	0.407	0.438	0.467	0.504	20	1	0.272	0.327	0.346	0.363	0.385
8	2	0.239	0.284	0.298	0.311	0.327	20	2	0.227	0.256	0.265	0.274	0.285
8	3	0.189	0.225	0.234	0.243	0.252	20	3	0.196	0.219	0.225	0.230	0.237
30	1	0.2587	0.3021	0.3172	0.3312	0.3486	30	1	0.2506	0.2877	0.3005	0.3125	0.3273
30	2	0.2222	0.2460	0.2538	0.2610	0.2699	30	2	0.2194	0.2402	0.2469	0.2532	0.2609
30	3	0.1972	0.2158	0.2211	0.2258	0.2313	30	3	0.1979	0.2141	0.2187	0.2228	0.2277
40	1	0.2451	0.2780	0.2893	0.2998	0.3129	40	1	0.2451	0.2780	0.2893	0.2998	0.3129
40	2	0.2175	0.2361	0.2422	0.2478	0.2547	40	2	0.2175	0.2361	0.2422	0.2478	0.2547
40	3	0.1983	0.2128	0.2170	0.2207	0.2252	40	3	0.1983	0.2128	0.2170	0.2207	0.2252
50	1	0.2411	0.2709	0.2811	0.2906	0.3024	50	1	0.2411	0.2709	0.2811	0.2906	0.3024
50	2	0.2161	0.2331	0.2386	0.2437	0.2501	50	2	0.2161	0.2331	0.2386	0.2437	0.2501
50	3	0.1986	0.2119	0.2157	0.2191	0.2232	50	3	0.1986	0.2119	0.2157	0.2191	0.2232
60	1	0.2380	0.2654	0.2748	0.2835	0.2943	60	1	0.2380	0.2654	0.2748	0.2835	0.2943
60	2	0.2150	0.2307	0.2358	0.2406	0.2465	60	2	0.2150	0.2307	0.2358	0.2406	0.2465
60	3	0.1988	0.2111	0.2147	0.2179	0.2217	60	3	0.1988	0.2111	0.2147	0.2179	0.2217
70	1	0.2355	0.2610	0.2697	0.2778	0.2878	70	1	0.2355	0.2610	0.2697	0.2778	0.2878
70	2	0.2141	0.2288	0.2336	0.2380	0.2435	70	2	0.2141	0.2288	0.2336	0.2380	0.2435
70	3	0.1990	0.2105	0.2138	0.2168	0.2204	70	3	0.1990	0.2105	0.2138	0.2168	0.2204
80	1	0.2334	0.2573	0.2655	0.2731	0.2825	80	1	0.2334	0.2573	0.2655	0.2731	0.2825
80	2	0.2133	0.2272	0.2317	0.2359	0.2411	80	2	0.2133	0.2272	0.2317	0.2359	0.2411
80	3	0.1991	0.2099	0.2131	0.2159	0.2193	80	3	0.1991	0.2099	0.2131	0.2159	0.2193
90	1	0.2317	0.2543	0.2620	0.2692	0.2780	90	1	0.2317	0.2543	0.2620	0.2692	0.2780
90	2	0.2126	0.2258	0.2301	0.2341	0.2390	90	2	0.2126	0.2258	0.2301	0.2341	0.2390
90	3	0.1992	0.2095	0.2125	0.2152	0.2184	90	3	0.1992	0.2095	0.2125	0.2152	0.2184



TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$ . Table for  $k = 6$ 

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.485	0.714	0.781	0.832	0.883	9	1	0.268	0.342	0.368	0.392	0.422
1	2	0.248	0.352	0.379	0.401	0.425	9	2	0.210	0.247	0.260	0.271	0.285
1	3	0.133	0.218	0.238	0.254	0.269	9	3	0.173	0.201	0.210	0.217	0.225
2	1	0.390	0.559	0.616	0.666	0.722	10	1	0.263	0.332	0.356	0.379	0.408
2	2	0.241	0.316	0.338	0.358	0.382	10	2	0.208	0.243	0.255	0.266	0.280
2	3	0.159	0.219	0.234	0.246	0.259	10	3	0.174	0.200	0.208	0.215	0.223
3	1	0.348	0.484	0.532	0.575	0.626	11	1	0.258	0.324	0.347	0.368	0.395
3	2	0.233	0.295	0.315	0.332	0.354	11	2	0.206	0.240	0.251	0.262	0.275
3	3	0.167	0.215	0.228	0.238	0.251	11	3	0.174	0.199	0.206	0.213	0.221
4	1	0.322	0.439	0.479	0.518	0.563	12	1	0.254	0.316	0.338	0.359	0.385
4	2	0.226	0.281	0.299	0.315	0.335	12	2	0.205	0.237	0.248	0.258	0.270
4	3	0.170	0.212	0.223	0.233	0.244	12	3	0.174	0.198	0.205	0.211	0.219
5	1	0.305	0.408	0.444	0.477	0.520	14	1	0.247	0.304	0.324	0.343	0.367
5	2	0.221	0.271	0.287	0.302	0.320	14	2	0.202	0.232	0.242	0.252	0.263
5	3	0.172	0.209	0.219	0.228	0.239	14	3	0.173	0.196	0.203	0.209	0.216
6	1	0.292	0.385	0.418	0.448	0.485	16	1	0.242	0.295	0.313	0.331	0.352
6	2	0.217	0.263	0.278	0.292	0.308	16	2	0.200	0.228	0.238	0.247	0.257
6	3	0.172	0.206	0.216	0.225	0.234	16	3	0.173	0.195	0.201	0.206	0.213
7	1	0.283	0.368	0.397	0.425	0.460	18	1	0.237	0.287	0.304	0.320	0.341
7	2	0.214	0.257	0.271	0.283	0.299	18	2	0.198	0.225	0.234	0.242	0.252
7	3	0.173	0.205	0.214	0.221	0.231	18	3	0.173	0.193	0.199	0.205	0.211
8	1	0.275	0.354	0.381	0.407	0.439	20	1	0.234	0.280	0.296	0.312	0.331
8	2	0.212	0.252	0.265	0.277	0.292	20	2	0.197	0.222	0.231	0.238	0.248
8	3	0.173	0.203	0.211	0.219	0.228	20	3	0.173	0.192	0.198	0.203	0.209
30	1	0.2208	0.2578	0.2708	0.2828	0.2979	30	1	0.2208	0.2578	0.2708	0.2828	0.2979
30	2	0.1916	0.2124	0.2193	0.2256	0.2335	30	2	0.1916	0.2124	0.2193	0.2256	0.2335
30	3	0.1725	0.1880	0.1928	0.1970	0.2022	30	3	0.1725	0.1880	0.1928	0.1970	0.2022
40	1	0.2133	0.2448	0.2558	0.2660	0.2787	40	1	0.2133	0.2448	0.2558	0.2660	0.2787
40	2	0.1884	0.2065	0.2124	0.2179	0.2247	40	2	0.1884	0.2065	0.2124	0.2179	0.2247
40	3	0.1720	0.1855	0.1896	0.1934	0.1979	40	3	0.1720	0.1855	0.1896	0.1934	0.1979
50	1	0.2082	0.2361	0.2457	0.2547	0.2659	50	1	0.2082	0.2361	0.2457	0.2547	0.2659
50	2	0.1862	0.2024	0.2077	0.2126	0.2186	50	2	0.1862	0.2024	0.2077	0.2126	0.2186
50	3	0.1716	0.1837	0.1874	0.1908	0.1949	50	3	0.1716	0.1837	0.1874	0.1908	0.1949
60	1	0.2045	0.2297	0.2384	0.2465	0.2566	60	1	0.2045	0.2297	0.2384	0.2465	0.2566
60	2	0.1846	0.1993	0.2041	0.2086	0.2141	60	2	0.1846	0.1993	0.2041	0.2086	0.2141
60	3	0.1713	0.1824	0.1858	0.1889	0.1927	60	3	0.1713	0.1824	0.1858	0.1889	0.1927
70	1	0.2016	0.2248	0.2327	0.2402	0.2494	70	1	0.2016	0.2248	0.2327	0.2402	0.2494
70	2	0.1833	0.1969	0.2014	0.2055	0.2106	70	2	0.1833	0.1969	0.2014	0.2055	0.2106
70	3	0.1710	0.1813	0.1845	0.1873	0.1909	70	3	0.1710	0.1813	0.1845	0.1873	0.1909
80	1	0.1993	0.2208	0.2282	0.2351	0.2436	80	1	0.1993	0.2208	0.2282	0.2351	0.2436
80	2	0.1823	0.1950	0.1992	0.2030	0.2078	80	2	0.1823	0.1950	0.1992	0.2030	0.2078
80	3	0.1708	0.1804	0.1834	0.1861	0.1894	80	3	0.1708	0.1804	0.1834	0.1861	0.1894
90	1	0.1974	0.2176	0.2245	0.2309	0.2389	90	1	0.1974	0.2176	0.2245	0.2309	0.2389
90	2	0.1814	0.1934	0.1973	0.2010	0.2055	90	2	0.1814	0.1934	0.1973	0.2010	0.2055
90	3	0.1706	0.1797	0.1825	0.1851	0.1882	90	3	0.1706	0.1797	0.1825	0.1851	0.1882
100	1	0.1958	0.2148	0.2214	0.2274	0.2350	100	1	0.1958	0.2148	0.2214	0.2274	0.2350
100	2	0.1807	0.1920	0.1958	0.1992	0.2035	100	2	0.1807	0.1920	0.1958	0.1992	0.2035
100	3	0.1705	0.1791	0.1818	0.1842	0.1871	100	3	0.1705	0.1791	0.1818	0.1842	0.1871

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom  $n$  Table for  $k = 7$ 

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.444	0.660	0.727	0.781	0.838	30	1	0.1930	0.2252	0.2365	0.2471	0.2603
1	2	0.240	0.334	0.360	0.383	0.409	30	2	0.1687	0.1872	0.1933	0.1990	0.2060
1	3	0.140	0.214	0.232	0.247	0.262	30	3	0.1533	0.1669	0.1711	0.1750	0.1798
2	1	0.353	0.507	0.561	0.609	0.664	40	1	0.1860	0.2134	0.2229	0.2318	0.2430
2	2	0.225	0.294	0.316	0.335	0.359	40	2	0.1654	0.1813	0.1866	0.1915	0.1975
2	3	0.157	0.208	0.222	0.233	0.247	40	3	0.1521	0.1639	0.1676	0.1710	0.1752
3	1	0.313	0.436	0.479	0.520	0.568	50	1	0.1813	0.2054	0.2138	0.2216	0.2314
3	2	0.215	0.272	0.290	0.307	0.328	50	2	0.1631	0.1773	0.1820	0.1863	0.1917
3	3	0.160	0.202	0.213	0.224	0.236	50	3	0.1513	0.1619	0.1652	0.1682	0.1720
4	1	0.289	0.393	0.430	0.464	0.508	60	1	0.1778	0.1996	0.2072	0.2142	0.2230
4	2	0.207	0.257	0.274	0.289	0.307	60	2	0.1614	0.1743	0.1786	0.1825	0.1874
4	3	0.160	0.197	0.207	0.216	0.227	60	3	0.1507	0.1603	0.1634	0.1662	0.1696
5	1	0.272	0.364	0.396	0.427	0.465	70	1	0.1751	0.1952	0.2021	0.2085	0.2165
5	2	0.201	0.247	0.261	0.275	0.292	70	2	0.1600	0.1720	0.1759	0.1796	0.1841
5	3	0.160	0.193	0.202	0.211	0.221	70	3	0.1502	0.1591	0.1619	0.1645	0.1677
6	1	0.260	0.343	0.372	0.399	0.433	80	1	0.1730	0.1916	0.1980	0.2040	0.2114
6	2	0.197	0.238	0.252	0.265	0.280	80	2	0.1589	0.1701	0.1738	0.1772	0.1814
6	3	0.160	0.190	0.198	0.206	0.216	80	3	0.1497	0.1581	0.1608	0.1632	0.1661
7	1	0.251	0.326	0.353	0.378	0.410	90	1	0.1712	0.1886	0.1946	0.2002	0.2072
7	2	0.194	0.232	0.245	0.256	0.271	90	2	0.1580	0.1686	0.1720	0.1752	0.1792
7	3	0.160	0.187	0.195	0.203	0.212	90	3	0.1494	0.1573	0.1598	0.1621	0.1649
8	1	0.243	0.313	0.338	0.361	0.390	100	1	0.1697	0.1862	0.1918	0.1971	0.2036
8	2	0.191	0.227	0.238	0.249	0.263	100	2	0.1573	0.1672	0.1705	0.1735	0.1773
8	3	0.159	0.185	0.193	0.200	0.208	100	3	0.1491	0.1566	0.1590	0.1611	0.1638

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$  Table for  $k = 8$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.411	0.614	0.680	0.735	0.794	9	1	0.213	0.272	0.292	0.312	0.337	30	1	0.1716	0.2002	0.2102	0.2196	0.2314
1	2	0.231	0.318	0.344	0.366	0.393	9	2	0.171	0.202	0.212	0.222	0.234	30	2	0.1510	0.1675	0.1730	0.1781	0.1844
1	3	0.143	0.209	0.226	0.239	0.254	9	3	0.146	0.168	0.175	0.181	0.189	30	3	0.1380	0.1502	0.1540	0.1576	0.1619
1	4	0.087	0.144	0.159	0.170	0.182	9	4	0.127	0.145	0.150	0.155	0.161	30	4	0.1277	0.1379	0.1410	0.1437	0.1470
1	5	0.050	0.098	0.112	0.123	0.135	9	5	0.110	0.127	0.132	0.136	0.140	30	5	0.1182	0.1280	0.1306	0.1329	0.1355
2	1	0.324	0.465	0.516	0.561	0.615	10	1	0.209	0.263	0.283	0.301	0.324	40	1	0.1651	0.1893	0.1977	0.2056	0.2155
2	2	0.212	0.276	0.296	0.315	0.338	10	2	0.169	0.198	0.208	0.217	0.228	40	2	0.1476	0.1618	0.1665	0.1709	0.1763
2	3	0.152	0.198	0.211	0.222	0.235	10	3	0.145	0.166	0.173	0.178	0.186	40	3	0.1365	0.1470	0.1504	0.1534	0.1572
2	4	0.111	0.151	0.161	0.170	0.179	10	4	0.127	0.145	0.150	0.154	0.159	40	4	0.1275	0.1365	0.1391	0.1415	0.1444
2	5	0.079	0.116	0.125	0.133	0.141	10	5	0.111	0.128	0.132	0.136	0.140	40	5	0.1194	0.1278	0.1301	0.1321	0.134
3	1	0.285	0.397	0.437	0.473	0.521	11	1	0.204	0.256	0.274	0.292	0.313	50	1	0.1607	0.1820	0.1894	0.1963	0.2050
3	2	0.200	0.252	0.270	0.286	0.306	11	2	0.167	0.195	0.204	0.213	0.224	50	2	0.1452	0.1579	0.1621	0.1660	0.1708
3	3	0.152	0.190	0.201	0.211	0.222	11	3	0.145	0.164	0.171	0.176	0.183	50	3	0.1354	0.1448	0.1478	0.1506	0.1540
3	4	0.118	0.151	0.159	0.167	0.175	11	4	0.127	0.144	0.149	0.153	0.158	50	4	0.1274	0.1354	0.1378	0.1399	0.1425
3	5	0.091	0.121	0.129	0.136	0.142	11	5	0.112	0.128	0.132	0.136	0.140	50	5	0.1201	0.1277	0.1298	0.1315	0.1336
4	1	0.262	0.357	0.390	0.422	0.461	12	1	0.201	0.250	0.267	0.284	0.304	60	1	0.1575	0.1767	0.1833	0.1896	0.1973
4	2	0.191	0.237	0.253	0.267	0.284	12	2	0.165	0.192	0.201	0.209	0.219	60	2	0.1435	0.1550	0.1588	0.1624	0.1667
4	3	0.151	0.184	0.193	0.202	0.213	12	3	0.144	0.163	0.169	0.174	0.181	60	3	0.1346	0.1432	0.1459	0.1484	0.1515
4	4	0.122	0.150	0.157	0.164	0.171	12	4	0.127	0.143	0.148	0.152	0.157	60	4	0.1273	0.1346	0.1368	0.1388	0.1411
4	5	0.097	0.124	0.131	0.136	0.142	12	5	0.113	0.128	0.132	0.135	0.139	60	5	0.1206	0.1275	0.1294	0.1311	0.1330
5	1	0.246	0.329	0.359	0.387	0.421	14	1	0.195	0.239	0.255	0.270	0.289	70	1	0.1550	0.1726	0.1787	0.1844	0.1915
5	2	0.185	0.226	0.240	0.253	0.269	14	2	0.163	0.187	0.195	0.203	0.212	70	2	0.1421	0.1528	0.1563	0.1596	0.1636
5	3	0.150	0.179	0.188	0.196	0.206	14	3	0.143	0.160	0.166	0.171	0.178	70	3	0.1339	0.1419	0.1444	0.1468	0.1496
5	4	0.124	0.149	0.155	0.161	0.168	14	4	0.127	0.142	0.147	0.151	0.155	70	4	0.1272	0.1340	0.1360	0.1378	0.1400
5	5	0.102	0.125	0.131	0.137	0.142	14	5	0.114	0.128	0.132	0.135	0.139	70	5	0.1210	0.1274	0.1292	0.1307	0.1325
6	1	0.235	0.309	0.336	0.361	0.392	16	1	0.190	0.231	0.246	0.260	0.277	80	1	0.1530	0.1693	0.1750	0.1802	0.1868
6	2	0.180	0.218	0.231	0.243	0.257	16	2	0.160	0.183	0.191	0.198	0.207	80	2	0.1411	0.1510	0.1543	0.1573	0.1610
6	3	0.149	0.175	0.184	0.191	0.200	16	3	0.142	0.159	0.164	0.169	0.174	80	3	0.1334	0.1409	0.1432	0.1454	0.1481
6	4	0.125	0.148	0.154	0.160	0.166	16	4	0.127	0.141	0.146	0.149	0.154	80	4	0.1271	0.1335	0.1354	0.1371	0.1391
6	5	0.104	0.126	0.132	0.137	0.142	16	5	0.115	0.128	0.132	0.135	0.138	80	5	0.1213	0.1273	0.1290	0.1304	0.1321
7	1	0.226	0.294	0.318	0.341	0.369	18	1	0.186	0.225	0.238	0.251	0.267	90	1	0.1513	0.1666	0.1719	0.1768	0.1830
7	2	0.177	0.212	0.223	0.234	0.248	18	2	0.158	0.180	0.187	0.194	0.202	90	2	0.1401	0.1495	0.1526	0.1554	0.1589
7	3	0.148	0.173	0.180	0.187	0.196	18	3	0.141	0.157	0.162	0.166	0.172	90	3	0.1329	0.1400	0.1422	0.1443	0.1468
7	4	0.126	0.147	0.153	0.158	0.164	18	4	0.128	0.141	0.145	0.148	0.152	90	4	0.1270	0.1330	0.1348	0.1364	0.1384
7	5	0.107	0.127	0.132	0.136	0.141	18	5	0.115	0.128	0.131	0.134	0.138	90	5	0.1216	0.1272	0.1288	0.1302	0.1317
8	1	0.219	0.282	0.304	0.325	0.351	20	1	0.183	0.219	0.232	0.244	0.259	100	1	0.1499	0.1644	0.1693	0.1740	0.1797
8	2	0.174	0.206	0.217	0.228	0.240	20	2	0.157	0.177	0.184	0.190	0.198	100	2	0.1394	0.1482	0.1511	0.1538	0.1572
8	3	0.147	0.170	0.177	0.184	0.192	20	3	0.141	0.155	0.160	0.164	0.170	100	3	0.1326	0.1392	0.1414	0.1433	0.1457
8	4	0.126	0.146	0.151	0.156	0.162	20	4	0.128	0.140	0.144	0.147	0.151	100	4	0.1270	0.1327	0.1344	0.1359	0.1377
8	5	0.108	0.127	0.132	0.136	0.141	20	5	0.116	0.128	0.131	0.134	0.137	100	5	0.1218	0.1272	0.1286	0.1299	0.1314

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$ . Table for  $k = 9$ 

$n$	$m$	50%	90%	95%	97 5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97 5%	99%
1	1	0.383	0.574	0.638	0.694	0.754	9	1	0.194	0.247	0.266	0.284	0.306
1	2	0.223	0.304	0.329	0.351	0.378	9	2	0.157	0.185	0.195	0.204	0.215
1	3	0.143	0.203	0.219	0.232	0.247	9	3	0.135	0.155	0.162	0.167	0.175
1	4	0.093	0.144	0.157	0.168	0.179	9	4	0.119	0.135	0.140	0.145	0.150
1	5	0.058	0.103	0.115	0.125	0.135	9	5	0.105	0.120	0.124	0.128	0.132
2	1	0.299	0.430	0.475	0.521	0.573	10	1	0.189	0.239	0.257	0.273	0.294
2	2	0.200	0.260	0.275	0.297	0.319	10	2	0.155	0.182	0.191	0.199	0.209
2	3	0.147	0.191	0.203	0.212	0.225	10	3	0.134	0.153	0.159	0.165	0.172
2	4	0.111	0.141	0.156	0.164	0.173	10	4	0.119	0.134	0.139	0.143	0.148
2	5	0.083	0.111	0.124	0.131	0.138	10	5	0.105	0.120	0.124	0.127	0.131
3	1	0.262	0.365	0.402	0.436	0.479	11	1	0.186	0.232	0.249	0.265	0.285
3	2	0.187	0.236	0.252	0.267	0.286	11	2	0.153	0.178	0.187	0.195	0.205
3	3	0.145	0.179	0.190	0.199	0.210	11	3	0.133	0.152	0.157	0.163	0.169
3	4	0.116	0.144	0.152	0.159	0.167	11	4	0.119	0.134	0.138	0.142	0.147
3	5	0.092	0.118	0.125	0.131	0.138	11	5	0.106	0.120	0.123	0.127	0.131
4	1	0.240	0.327	0.358	0.387	0.424	12	1	0.182	0.226	0.242	0.257	0.276
4	2	0.178	0.221	0.235	0.248	0.265	12	2	0.151	0.175	0.184	0.191	0.201
4	3	0.143	0.173	0.182	0.190	0.200	12	3	0.133	0.150	0.156	0.161	0.167
4	4	0.117	0.142	0.149	0.155	0.163	12	4	0.118	0.133	0.137	0.141	0.146
4	5	0.097	0.119	0.126	0.131	0.136	12	5	0.106	0.119	0.123	0.126	0.130
5	1	0.225	0.301	0.328	0.354	0.386	14	1	0.177	0.217	0.231	0.245	0.262
5	2	0.172	0.210	0.223	0.234	0.249	14	2	0.148	0.171	0.178	0.185	0.194
5	3	0.141	0.168	0.176	0.183	0.193	14	3	0.131	0.147	0.153	0.157	0.163
5	4	0.118	0.140	0.147	0.152	0.159	14	4	0.118	0.132	0.136	0.139	0.143
5	5	0.100	0.120	0.125	0.130	0.135	14	5	0.107	0.119	0.123	0.126	0.129
6	1	0.215	0.282	0.306	0.329	0.358	16	1	0.172	0.209	0.222	0.235	0.251
6	2	0.167	0.201	0.213	0.224	0.238	16	2	0.146	0.167	0.174	0.180	0.188
6	3	0.139	0.164	0.171	0.178	0.187	16	3	0.130	0.145	0.150	0.155	0.160
6	4	0.119	0.139	0.145	0.150	0.156	16	4	0.118	0.131	0.134	0.138	0.142
6	5	0.101	0.120	0.125	0.129	0.134	16	5	0.108	0.119	0.122	0.125	0.128
7	1	0.206	0.268	0.290	0.311	0.337	18	1	0.168	0.203	0.215	0.227	0.241
7	2	0.163	0.195	0.206	0.216	0.229	18	2	0.144	0.164	0.170	0.176	0.184
7	3	0.138	0.160	0.167	0.174	0.182	18	3	0.129	0.143	0.148	0.152	0.157
7	4	0.119	0.137	0.143	0.148	0.154	18	4	0.118	0.130	0.133	0.136	0.140
7	5	0.103	0.120	0.125	0.129	0.133	18	5	0.108	0.119	0.122	0.124	0.127
8	1	0.200	0.256	0.276	0.296	0.320	20	1	0.165	0.198	0.209	0.220	0.234
8	2	0.160	0.190	0.200	0.209	0.221	20	2	0.142	0.161	0.167	0.173	0.180
8	3	0.136	0.158	0.164	0.170	0.178	20	3	0.128	0.142	0.146	0.150	0.155
8	4	0.119	0.136	0.141	0.146	0.151	20	4	0.118	0.129	0.132	0.135	0.139
8	5	0.104	0.120	0.124	0.128	0.132	20	5	0.108	0.118	0.121	0.124	0.127

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$  Table for  $k = 10$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.360	0.540	0.602	0.656	0.717	9	1	0.178	0.226	0.244	0.260	0.281	30	1	0.1410	0.1641	0.1722	0.1799	0.1896
1	2	0.215	0.291	0.315	0.337	0.363	9	2	0.145	0.171	0.180	0.188	0.199	30	2	0.1251	0.1387	0.1433	0.1475	0.1528
1	3	0.142	0.197	0.213	0.226	0.240	9	3	0.126	0.145	0.150	0.156	0.163	30	3	0.1154	0.1255	0.1287	0.1317	0.1354
1	4	0.096	0.143	0.155	0.165	0.176	9	4	0.112	0.127	0.131	0.135	0.140	30	4	0.1078	0.1161	0.1187	0.1210	0.1239
1	5	0.064	0.105	0.116	0.125	0.135	9	5	0.100	0.113	0.117	0.120	0.124	30	5	0.1013	0.1087	0.1109	0.1128	0.1151
2	1	0.279	0.401	0.444	0.484	0.536	10	1	0.174	0.219	0.235	0.250	0.270	40	1	0.1352	0.1547	0.1616	0.1680	0.1761
2	2	0.189	0.246	0.264	0.281	0.302	10	2	0.143	0.168	0.176	0.184	0.193	40	2	0.1217	0.1334	0.1374	0.1410	0.1455
2	3	0.142	0.181	0.192	0.203	0.215	10	3	0.125	0.142	0.148	0.153	0.160	40	3	0.1134	0.1222	0.1250	0.1275	0.1307
2	4	0.110	0.142	0.150	0.158	0.167	10	4	0.111	0.126	0.130	0.134	0.139	40	4	0.1070	0.1142	0.1164	0.1184	0.1209
2	5	0.085	0.114	0.121	0.128	0.135	10	5	0.100	0.113	0.116	0.119	0.123	40	5	0.1013	0.1078	0.1097	0.1113	0.1134
3	1	0.243	0.338	0.373	0.405	0.445	11	1	0.170	0.213	0.228	0.242	0.261	50	1	0.1313	0.1485	0.1544	0.1601	0.1671
3	2	0.175	0.222	0.237	0.251	0.269	11	2	0.141	0.164	0.172	0.180	0.189	50	2	0.1194	0.1298	0.1333	0.1365	0.1405
3	3	0.138	0.170	0.180	0.189	0.200	11	3	0.124	0.141	0.146	0.151	0.157	50	3	0.1121	0.1199	0.1224	0.1247	0.1275
3	4	0.112	0.138	0.146	0.152	0.160	11	4	0.111	0.125	0.129	0.133	0.137	50	4	0.1063	0.1128	0.1148	0.1166	0.1188
3	5	0.091	0.115	0.121	0.127	0.133	11	5	0.100	0.112	0.116	0.119	0.123	50	5	0.1013	0.1071	0.1088	0.1103	0.1121
4	1	0.222	0.302	0.331	0.358	0.392	12	1	0.167	0.207	0.222	0.235	0.252	60	1	0.1284	0.1439	0.1493	0.1543	0.1606
4	2	0.166	0.206	0.220	0.232	0.248	12	2	0.139	0.162	0.169	0.176	0.185	60	2	0.1178	0.1272	0.1303	0.1332	0.1368
4	3	0.135	0.163	0.171	0.179	0.189	12	3	0.123	0.139	0.144	0.149	0.155	60	3	0.1111	0.1182	0.1205	0.1226	0.1252
4	4	0.113	0.135	0.142	0.148	0.155	12	4	0.111	0.124	0.128	0.131	0.136	60	4	0.1059	0.1118	0.1136	0.1152	0.1173
4	5	0.095	0.115	0.121	0.125	0.131	12	5	0.100	0.112	0.115	0.118	0.122	60	5	0.1013	0.1066	0.1081	0.1095	0.1112
5	1	0.208	0.277	0.302	0.326	0.356	14	1	0.161	0.198	0.211	0.224	0.239	70	1	0.1262	0.1404	0.1453	0.1499	0.1557
5	2	0.160	0.195	0.207	0.219	0.233	14	2	0.137	0.157	0.164	0.170	0.178	70	2	0.1164	0.1251	0.1280	0.1307	0.1340
5	3	0.133	0.157	0.165	0.172	0.181	14	3	0.122	0.136	0.141	0.146	0.151	70	3	0.1103	0.1169	0.1190	0.1209	0.1233
5	4	0.113	0.133	0.139	0.144	0.150	14	4	0.110	0.122	0.126	0.129	0.133	70	4	0.1055	0.1109	0.1126	0.1142	0.1161
5	5	0.097	0.115	0.120	0.124	0.129	14	5	0.101	0.112	0.115	0.117	0.121	70	5	0.1012	0.1061	0.1076	0.1089	0.1104
6	1	0.198	0.260	0.282	0.303	0.330	16	1	0.157	0.191	0.203	0.214	0.229	80	1	0.1245	0.1376	0.1421	0.1464	0.1517
6	2	0.155	0.187	0.198	0.208	0.221	16	2	0.134	0.153	0.160	0.166	0.173	80	2	0.1154	0.1235	0.1262	0.1287	0.1317
6	3	0.131	0.153	0.160	0.167	0.175	16	3	0.120	0.134	0.139	0.143	0.148	80	3	0.1097	0.1158	0.1178	0.1196	0.1218
6	4	0.113	0.131	0.136	0.141	0.147	16	4	0.110	0.121	0.125	0.128	0.132	80	4	0.1052	0.1103	0.1119	0.1133	0.1151
6	5	0.098	0.114	0.119	0.123	0.127	16	5	0.101	0.111	0.114	0.117	0.119	80	5	0.1012	0.1058	0.1071	0.1084	0.1098
7	1	0.190	0.246	0.266	0.285	0.310	18	1	0.154	0.185	0.196	0.207	0.220	90	1	0.1230	0.1353	0.1396	0.1435	0.1485
7	2	0.151	0.181	0.191	0.200	0.212	18	2	0.132	0.150	0.156	0.162	0.169	90	2	0.1145	0.1221	0.1246	0.1270	0.1298
7	3	0.129	0.150	0.156	0.163	0.170	18	3	0.119	0.132	0.137	0.141	0.145	90	3	0.1092	0.1149	0.1168	0.1185	0.1206
7	4	0.112	0.129	0.134	0.139	0.145	18	4	0.109	0.120	0.123	0.126	0.130	90	4	0.1049	0.1097	0.1112	0.1126	0.1142
7	5	0.099	0.114	0.118	0.122	0.126	18	5	0.101	0.110	0.113	0.116	0.119	90	5	0.1012	0.1055	0.1068	0.1079	0.1093
8	1	0.183	0.235	0.254	0.271	0.294	20	1	0.151	0.180	0.191	0.201	0.213	100	1	0.1218	0.1334	0.1374	0.1411	0.1458
8	2	0.148	0.176	0.185	0.194	0.205	20	2	0.131	0.148	0.153	0.159	0.165	100	2	0.1138	0.1210	0.1233	0.1255	0.1283
8	3	0.127	0.147	0.153	0.159	0.166	20	3	0.118	0.131	0.135	0.138	0.143	100	3	0.1087	0.1142	0.1159	0.1175	0.1195
8	4	0.112	0.128	0.133	0.137	0.142	20	4	0.109	0.119	0.122	0.125	0.129	100	4	0.1047	0.1093	0.1107	0.1120	0.1135
8	5	0.099	0.113	0.118	0.121	0.125	20	5	0.101	0.110	0.113	0.115	0.118	100	5	0.1011	0.1053	0.1065	0.1075	0.1088

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$ . Table for  $k = 11$ 

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.340	0.510	0.567	0.619	0.680	9	1	0.165	0.209	0.225	0.240	0.260
1	2	0.207	0.280	0.303	0.324	0.350	9	2	0.135	0.160	0.168	0.175	0.185
1	3	0.141	0.192	0.207	0.219	0.234	9	3	0.118	0.135	0.141	0.146	0.152
1	4	0.099	0.141	0.153	0.162	0.172	9	4	0.105	0.119	0.123	0.127	0.132
1	5	0.068	0.106	0.116	0.124	0.133	9	5	0.095	0.107	0.110	0.114	0.117
2	1	0.261	0.375	0.416	0.454	0.501	10	1	0.161	0.202	0.217	0.231	0.249
2	2	0.180	0.233	0.251	0.267	0.288	10	2	0.133	0.156	0.164	0.171	0.180
2	3	0.137	0.173	0.184	0.194	0.207	10	3	0.117	0.133	0.138	0.143	0.149
2	4	0.108	0.137	0.146	0.153	0.161	10	4	0.105	0.118	0.122	0.126	0.130
2	5	0.085	0.112	0.119	0.124	0.131	10	5	0.095	0.106	0.110	0.113	0.116
3	1	0.227	0.316	0.348	0.378	0.416	11	1	0.157	0.196	0.210	0.224	0.240
3	2	0.166	0.209	0.224	0.237	0.254	11	2	0.131	0.153	0.160	0.167	0.176
3	3	0.132	0.162	0.171	0.180	0.190	11	3	0.116	0.131	0.136	0.141	0.147
3	4	0.109	0.133	0.140	0.146	0.153	11	4	0.104	0.117	0.121	0.124	0.129
3	5	0.090	0.111	0.117	0.122	0.128	11	5	0.095	0.106	0.109	0.112	0.115
4	1	0.207	0.281	0.308	0.333	0.365	12	1	0.154	0.191	0.204	0.217	0.233
4	2	0.156	0.194	0.206	0.218	0.233	12	2	0.129	0.150	0.157	0.164	0.172
4	3	0.128	0.154	0.162	0.170	0.179	12	3	0.115	0.130	0.135	0.139	0.145
4	4	0.108	0.129	0.135	0.141	0.147	12	4	0.104	0.116	0.120	0.123	0.127
4	5	0.092	0.111	0.116	0.120	0.125	12	5	0.095	0.105	0.109	0.111	0.115
5	1	0.193	0.257	0.281	0.303	0.331	14	1	0.149	0.183	0.195	0.206	0.220
5	2	0.150	0.183	0.194	0.205	0.218	14	2	0.127	0.146	0.152	0.158	0.165
5	3	0.126	0.149	0.156	0.163	0.171	14	3	0.113	0.127	0.132	0.136	0.141
5	4	0.108	0.126	0.132	0.137	0.143	14	4	0.103	0.114	0.118	0.121	0.125
5	5	0.093	0.110	0.114	0.118	0.123	14	5	0.095	0.105	0.108	0.110	0.113
6	1	0.183	0.241	0.261	0.281	0.306	16	1	0.145	0.176	0.187	0.197	0.211
6	2	0.145	0.175	0.185	0.195	0.207	16	2	0.124	0.142	0.148	0.154	0.160
6	3	0.123	0.144	0.151	0.157	0.165	16	3	0.112	0.125	0.129	0.133	0.138
6	4	0.107	0.124	0.129	0.134	0.139	16	4	0.103	0.113	0.116	0.119	0.123
6	5	0.094	0.109	0.113	0.117	0.121	16	5	0.095	0.104	0.107	0.109	0.112
7	1	0.176	0.228	0.247	0.264	0.287	18	1	0.142	0.170	0.181	0.190	0.203
7	2	0.141	0.169	0.178	0.187	0.198	18	2	0.122	0.139	0.145	0.150	0.156
7	3	0.121	0.141	0.147	0.153	0.160	18	3	0.111	0.123	0.127	0.131	0.135
7	4	0.107	0.122	0.127	0.131	0.137	18	4	0.102	0.112	0.115	0.118	0.121
7	5	0.094	0.108	0.112	0.116	0.120	18	5	0.095	0.104	0.106	0.108	0.111
8	1	0.170	0.217	0.235	0.251	0.272	20	1	0.139	0.166	0.175	0.184	0.196
8	2	0.138	0.164	0.173	0.181	0.191	20	2	0.121	0.137	0.142	0.147	0.153
8	3	0.119	0.138	0.144	0.149	0.156	20	3	0.110	0.121	0.125	0.129	0.133
8	4	0.106	0.121	0.125	0.129	0.134	20	4	0.102	0.111	0.114	0.117	0.120
8	5	0.095	0.108	0.111	0.115	0.118	20	5	0.095	0.103	0.105	0.108	0.110
9	1	0.165	0.209	0.225	0.240	0.260	30	1	0.1295	0.1507	0.1581	0.1652	0.1740
9	2	0.1153	0.1279	0.1321	0.1360	0.1409	30	2	0.1067	0.1160	0.1190	0.1218	0.1252
9	3	0.1001	0.1077	0.1101	0.1123	0.1149	30	3	0.0944	0.1012	0.1032	0.1050	0.1071
9	4	0.0944	0.1012	0.1032	0.1050	0.1071	30	4	0.0944	0.1012	0.1032	0.1050	0.1071
9	5	0.0944	0.1012	0.1032	0.1050	0.1071	30	5	0.0944	0.1012	0.1032	0.1050	0.1071
40	1	0.1241	0.1419	0.1481	0.1540	0.1614	40	1	0.1241	0.1419	0.1481	0.1540	0.1614
40	2	0.1121	0.1228	0.1264	0.1297	0.1339	40	2	0.1121	0.1228	0.1264	0.1297	0.1339
40	3	0.1047	0.1127	0.1153	0.1177	0.1207	40	3	0.1047	0.1127	0.1153	0.1177	0.1207
40	4	0.0990	0.1056	0.1077	0.1096	0.1119	40	4	0.0990	0.1056	0.1077	0.1096	0.1119
40	5	0.0941	0.1000	0.1017	0.1033	0.1052	40	5	0.0941	0.1000	0.1017	0.1033	0.1052
50	1	0.1204	0.1360	0.1415	0.1466	0.1531	50	1	0.1204	0.1360	0.1415	0.1466	0.1531
50	2	0.1098	0.1193	0.1225	0.1255	0.1291	50	2	0.1098	0.1193	0.1225	0.1255	0.1291
50	3	0.1033	0.1105	0.1128	0.1149	0.1175	50	3	0.1033	0.1105	0.1128	0.1149	0.1175
50	4	0.0983	0.1042	0.1060	0.1077	0.1098	50	4	0.0983	0.1042	0.1060	0.1077	0.1098
50	5	0.0939	0.0991	0.1007	0.1021	0.1038	50	5	0.0939	0.0991	0.1007	0.1021	0.1038
60	1	0.1177	0.1318	0.1367	0.1413	0.1471	60	1	0.1177	0.1318	0.1367	0.1413	0.1471
60	2	0.1082	0.1168	0.1197	0.1223	0.1256	60	2	0.1082	0.1168	0.1197	0.1223	0.1256
60	3	0.1023	0.1088	0.1109	0.1128	0.1152	60	3	0.1023	0.1088	0.1109	0.1128	0.1152
60	4	0.0977	0.1031	0.1048	0.1063	0.1082	60	4	0.0977	0.1031	0.1048	0.1063	0.1082
60	5	0.0937	0.0985	0.0999	0.1012	0.1028	60	5	0.0937	0.0985	0.0999	0.1012	0.1028
70	1	0.1156	0.1285	0.1330	0.1372	0.1424	70	1	0.1156	0.1285	0.1330	0.1372	0.1424
70	2	0.1069	0.1148	0.1175	0.1199	0.1230	70	2	0.1069	0.1148	0.1175	0.1199	0.1230
70	3	0.1015	0.1075	0.1094	0.1112	0.1134	70	3	0.1015	0.1075	0.1094	0.1112	0.1134
70	4	0.0972	0.1022	0.1038	0.1052	0.1070	70	4	0.0972	0.1022	0.1038	0.1052	0.1070
70	5	0.0936	0.0980	0.0993	0.1005	0.1020	70	5	0.0936	0.0980	0.0993	0.1005	0.1020
80	1	0.1140	0.1259	0.1300	0.1339	0.1388	80	1	0.1140	0.1259	0.1300	0.1339	0.1388
80	2	0.1058	0.1133	0.1157	0.1180	0.1208	80	2	0.1058	0.1133	0.1157	0.1180	0.1208
80	3	0.1008	0.1064	0.1083	0.1099	0.1120	80	3	0.1008	0.1064	0.1083	0.1099	0.1120
80	4	0.0969	0.1015	0.1030	0.1043	0.1060	80	4	0.0969	0.1015	0.1030	0.1043	0.1060
80	5	0.0935	0.0976	0.0988	0.1000	0.1013	80	5	0.0935	0.0976	0.0988	0.1000	0.1013
90	1	0.1126	0.1238	0.1276	0.1312	0.1358	90	1	0.1126	0.1238	0.1276	0.1312	0.1358
90	2	0.1050	0.1119	0.1143	0.1164	0.1190	90	2	0.1050	0.1119	0.1143	0.1164	0.1190
90	3	0.1003	0.1056	0.1073	0.1088	0.1108	90	3	0.1003	0.1056	0.1073	0.1088	0.1108
90	4	0.0966	0.1010	0.1023	0.1036	0.1051	90	4	0.0966	0.1010	0.1023	0.1036	0.1051
90	5	0.0933	0.0972	0.0984	0.0995	0.1007	90	5	0.0933	0.0972	0.0984	0.0995	0.1007
100	1	0.1114	0.1220	0.1256	0.1290	0.1332	100	1	0.1114	0.1220	0.1256	0.1290	0.1332
100	2	0.1043	0.1108	0.1130	0.1150	0.1175	100	2	0.1043	0.1108	0.1130	0.1150	0.1175
100	3	0.0998	0.1048	0.1064	0.1079	0.1097	100	3	0.0998	0.1048	0.1064	0.1079	0.1097
100	4	0.0963	0.1005	0.1018	0.1030	0.1044	100	4	0.0963	0.1005	0.1018	0.1030	0.1044
100	5	0.0932	0.0970	0.0981	0.0991	0.1003	100	5	0.0932	0.0970	0.0981	0.0991	0.1003

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$  Table for  $k = 12$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.322	0.483	0.541	0.593	0.653	9	1	0.154	0.195	0.209	0.223	0.241	30	1	0.1199	0.1393	0.1462	0.1527	0.1609
1	2	0.200	0.270	0.292	0.313	0.338	9	2	0.127	0.149	0.157	0.164	0.173	30	2	0.1071	0.1187	0.1226	0.1262	0.1307
1	3	0.139	0.187	0.201	0.213	0.228	9	3	0.111	0.127	0.132	0.137	0.143	30	3	0.0993	0.1080	0.1108	0.1133	0.1165
1	4	0.100	0.139	0.150	0.159	0.169	9	4	0.100	0.113	0.117	0.120	0.125	30	4	0.0934	0.1005	0.1027	0.1047	0.1072
1	5	0.072	0.106	0.116	0.123	0.132	9	5	0.090	0.101	0.105	0.108	0.111	30	5	0.0884	0.0946	0.0965	0.0982	0.1002
2	1	0.246	0.353	0.391	0.428	0.473	10	1	0.150	0.188	0.202	0.215	0.232	40	1	0.1147	0.1311	0.1368	0.1423	0.1491
2	2	0.172	0.222	0.239	0.255	0.274	10	2	0.124	0.146	0.153	0.160	0.168	40	2	0.1039	0.1138	0.1171	0.1202	0.1240
2	3	0.132	0.166	0.177	0.187	0.198	10	3	0.110	0.125	0.130	0.135	0.140	40	3	0.0973	0.1047	0.1071	0.1093	0.1121
2	4	0.106	0.133	0.141	0.148	0.156	10	4	0.099	0.111	0.115	0.119	0.123	40	4	0.0922	0.0983	0.1003	0.1020	0.1042
2	5	0.085	0.109	0.116	0.121	0.128	10	5	0.090	0.101	0.104	0.107	0.110	40	5	0.0879	0.0933	0.0949	0.0964	0.0981
3	1	0.213	0.296	0.326	0.354	0.390	11	1	0.146	0.182	0.195	0.208	0.223	50	1	0.1112	0.1256	0.1306	0.1353	0.1413
3	2	0.157	0.198	0.212	0.225	0.241	11	2	0.123	0.143	0.150	0.156	0.164	50	2	0.1017	0.1105	0.1134	0.1161	0.1195
3	3	0.127	0.155	0.163	0.172	0.182	11	3	0.109	0.123	0.128	0.132	0.138	50	3	0.0958	0.1025	0.1046	0.1066	0.1090
3	4	0.105	0.127	0.134	0.140	0.147	11	4	0.099	0.110	0.114	0.117	0.121	50	4	0.0914	0.0968	0.0986	0.1001	0.1020
3	5	0.089	0.108	0.113	0.118	0.124	11	5	0.090	0.100	0.103	0.106	0.109	50	5	0.0875	0.0923	0.0938	0.0951	0.0967
4	1	0.194	0.263	0.288	0.311	0.342	12	1	0.143	0.178	0.190	0.201	0.216	60	1	0.1087	0.1216	0.1261	0.1303	0.1356
4	2	0.148	0.183	0.195	0.206	0.220	12	2	0.121	0.140	0.147	0.153	0.160	60	2	0.1001	0.1080	0.1107	0.1131	0.1162
4	3	0.122	0.146	0.154	0.161	0.170	12	3	0.108	0.122	0.126	0.130	0.136	60	3	0.0948	0.1008	0.1028	0.1046	0.1068
4	4	0.104	0.123	0.129	0.135	0.141	12	4	0.098	0.109	0.113	0.116	0.120	60	4	0.0907	0.0957	0.0973	0.0987	0.1005
4	5	0.090	0.107	0.111	0.116	0.121	12	5	0.090	0.100	0.103	0.105	0.108	60	5	0.0872	0.0916	0.0930	0.0942	0.0956
5	1	0.181	0.240	0.262	0.283	0.309	14	1	0.138	0.169	0.181	0.191	0.205	70	1	0.1067	0.1185	0.1226	0.1265	0.1313
5	2	0.141	0.172	0.183	0.193	0.205	14	2	0.118	0.136	0.142	0.147	0.154	70	2	0.0988	0.1061	0.1086	0.1108	0.1136
5	3	0.119	0.141	0.148	0.154	0.162	14	3	0.106	0.119	0.123	0.127	0.132	70	3	0.0940	0.0995	0.1013	0.1030	0.1050
5	4	0.103	0.120	0.126	0.130	0.136	14	4	0.097	0.108	0.111	0.114	0.117	70	4	0.0902	0.0948	0.0963	0.0976	0.0992
5	5	0.090	0.105	0.110	0.113	0.118	14	5	0.090	0.099	0.101	0.104	0.107	70	5	0.0870	0.0911	0.0923	0.0934	0.0948
6	1	0.171	0.224	0.244	0.262	0.285	16	1	0.135	0.163	0.173	0.183	0.195	80	1	0.1051	0.1161	0.1199	0.1234	0.1279
6	2	0.136	0.164	0.174	0.183	0.194	16	2	0.116	0.132	0.138	0.143	0.150	80	2	0.0978	0.1046	0.1069	0.1090	0.1116
6	3	0.117	0.136	0.143	0.149	0.156	16	3	0.105	0.117	0.121	0.124	0.129	80	3	0.0933	0.0985	0.1002	0.1017	0.1036
6	4	0.102	0.118	0.123	0.127	0.132	16	4	0.096	0.106	0.109	0.112	0.115	80	4	0.0898	0.0941	0.0955	0.0967	0.0982
6	5	0.090	0.104	0.108	0.112	0.116	16	5	0.090	0.098	0.100	0.103	0.105	80	5	0.0868	0.0906	0.0918	0.0928	0.0941
7	1	0.164	0.212	0.230	0.246	0.267	18	1	0.131	0.158	0.167	0.176	0.188	90	1	0.1038	0.1141	0.1176	0.1209	0.1251
7	2	0.132	0.158	0.167	0.175	0.186	18	2	0.114	0.129	0.135	0.139	0.146	90	2	0.0970	0.1034	0.1055	0.1075	0.1099
7	3	0.114	0.133	0.139	0.144	0.151	18	3	0.104	0.115	0.119	0.122	0.126	90	3	0.0927	0.0976	0.0992	0.1007	0.1024
7	4	0.101	0.116	0.120	0.124	0.129	18	4	0.096	0.105	0.108	0.110	0.114	90	4	0.0895	0.0935	0.0948	0.0960	0.0974
7	5	0.090	0.103	0.107	0.110	0.114	18	5	0.089	0.097	0.100	0.102	0.104	90	5	0.0866	0.0902	0.0913	0.0923	0.0935
8	1	0.158	0.202	0.218	0.234	0.253	20	1	0.129	0.154	0.163	0.171	0.182	100	1	0.1027	0.1124	0.1157	0.1188	0.1227
8	2	0.129	0.153	0.162	0.169	0.179	20	2	0.112	0.127	0.132	0.136	0.142	100	2	0.0963	0.1023	0.1043	0.1062	0.1085
8	3	0.113	0.130	0.135	0.140	0.147	20	3	0.103	0.113	0.117	0.120	0.124	100	3	0.0923	0.0969	0.0984	0.0998	0.1015
8	4	0.100	0.114	0.118	0.122	0.127	20	4	0.095	0.104	0.107	0.109	0.112	100	4	0.0892	0.0930	0.0942	0.0953	0.0967
8	5	0.090	0.102	0.106	0.109	0.113	20	5	0.089	0.097	0.099	0.101	0.104	100	5	0.0865	0.0899	0.0909	0.0919	0.0930

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$ . Table for  $k = 13$ 

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.306	0.460	0.513	0.562	0.621	9	1	0.144	0.182	0.196	0.209	0.226
1	2	0.193	0.260	0.282	0.302	0.326	9	2	0.119	0.140	0.148	0.154	0.163
1	3	0.136	0.182	0.195	0.207	0.222	9	3	0.105	0.120	0.125	0.130	0.135
1	4	0.100	0.137	0.147	0.156	0.166	9	4	0.095	0.107	0.110	0.114	0.118
1	5	0.074	0.106	0.115	0.122	0.130	9	5	0.086	0.097	0.100	0.103	0.106
2	1	0.233	0.334	0.370	0.405	0.448	10	1	0.140	0.176	0.189	0.201	0.216
2	2	0.164	0.212	0.228	0.243	0.262	10	2	0.117	0.137	0.144	0.150	0.158
2	3	0.128	0.160	0.170	0.180	0.191	10	3	0.104	0.118	0.123	0.127	0.132
2	4	0.103	0.129	0.136	0.143	0.151	10	4	0.094	0.105	0.109	0.112	0.116
2	5	0.084	0.107	0.113	0.118	0.124	10	5	0.086	0.096	0.099	0.101	0.105
3	1	0.201	0.279	0.307	0.334	0.368	11	1	0.137	0.170	0.182	0.194	0.209
3	2	0.149	0.188	0.201	0.214	0.229	11	2	0.115	0.134	0.141	0.146	0.154
3	3	0.122	0.148	0.156	0.164	0.174	11	3	0.103	0.116	0.121	0.125	0.130
3	4	0.102	0.123	0.129	0.135	0.142	11	4	0.093	0.104	0.108	0.111	0.115
3	5	0.087	0.105	0.110	0.114	0.120	11	5	0.086	0.095	0.098	0.100	0.104
4	1	0.182	0.247	0.270	0.293	0.321	12	1	0.134	0.166	0.177	0.188	0.202
4	2	0.140	0.173	0.185	0.195	0.209	12	2	0.113	0.132	0.138	0.143	0.150
4	3	0.117	0.140	0.147	0.154	0.162	12	3	0.102	0.115	0.119	0.123	0.128
4	4	0.100	0.118	0.124	0.129	0.135	12	4	0.093	0.103	0.107	0.109	0.113
4	5	0.087	0.103	0.107	0.111	0.116	12	5	0.086	0.095	0.097	0.100	0.103
5	1	0.170	0.226	0.246	0.265	0.290	14	1	0.129	0.158	0.169	0.178	0.191
5	2	0.133	0.163	0.173	0.182	0.194	14	2	0.111	0.127	0.133	0.138	0.145
5	3	0.113	0.134	0.140	0.146	0.154	14	3	0.100	0.112	0.116	0.119	0.124
5	4	0.099	0.115	0.120	0.124	0.130	14	4	0.092	0.101	0.104	0.107	0.111
5	5	0.087	0.101	0.105	0.109	0.113	14	5	0.085	0.094	0.096	0.098	0.101
6	1	0.161	0.210	0.228	0.246	0.267	16	1	0.126	0.152	0.162	0.171	0.182
6	2	0.129	0.155	0.164	0.173	0.183	16	2	0.109	0.124	0.129	0.134	0.140
6	3	0.111	0.129	0.135	0.141	0.148	16	3	0.099	0.110	0.113	0.117	0.121
6	4	0.098	0.112	0.117	0.121	0.126	16	4	0.091	0.100	0.103	0.105	0.109
6	5	0.087	0.100	0.103	0.107	0.111	16	5	0.085	0.093	0.095	0.097	0.100
7	1	0.154	0.199	0.215	0.230	0.250	18	1	0.123	0.147	0.156	0.164	0.175
7	2	0.125	0.149	0.158	0.165	0.175	18	2	0.107	0.121	0.126	0.131	0.136
7	3	0.108	0.126	0.131	0.136	0.143	18	3	0.097	0.108	0.111	0.114	0.118
7	4	0.096	0.110	0.114	0.118	0.123	18	4	0.090	0.099	0.101	0.104	0.107
7	5	0.087	0.099	0.102	0.105	0.109	18	5	0.085	0.092	0.094	0.096	0.099
8	1	0.148	0.189	0.204	0.219	0.237	20	1	0.120	0.143	0.151	0.159	0.169
8	2	0.122	0.144	0.152	0.159	0.168	20	2	0.105	0.119	0.123	0.128	0.133
8	3	0.107	0.123	0.128	0.133	0.139	20	3	0.096	0.106	0.110	0.113	0.116
8	4	0.095	0.108	0.112	0.116	0.120	20	4	0.090	0.098	0.100	0.103	0.105
8	5	0.086	0.098	0.101	0.104	0.107	20	5	0.084	0.091	0.093	0.095	0.098
9	1	0.138	0.179	0.194	0.209	0.226	30	1	0.1067	0.1219	0.1272	0.1322	0.1385
9	2	0.1067	0.1219	0.1272	0.1322	0.1385	30	2	0.0968	0.1060	0.1091	0.1120	0.1156
9	3	0.0909	0.0978	0.1000	0.1021	0.1047	30	3	0.0909	0.0978	0.1000	0.1021	0.1047
9	4	0.0863	0.0920	0.0938	0.0955	0.0975	30	4	0.0863	0.0920	0.0938	0.0955	0.0975
9	5	0.0825	0.0874	0.0890	0.0903	0.0920	30	5	0.0825	0.0874	0.0890	0.0903	0.0920
10	1	0.1034	0.1167	0.1213	0.1257	0.1312	40	1	0.1034	0.1167	0.1213	0.1257	0.1312
10	2	0.0947	0.1029	0.1056	0.1081	0.1112	40	2	0.0947	0.1029	0.1056	0.1081	0.1112
10	3	0.0894	0.0956	0.0976	0.0994	0.1017	40	3	0.0894	0.0956	0.0976	0.0994	0.1017
10	4	0.0854	0.0905	0.0921	0.0936	0.0953	40	4	0.0854	0.0905	0.0921	0.0936	0.0953
10	5	0.0820	0.0864	0.0878	0.0890	0.0905	40	5	0.0820	0.0864	0.0878	0.0890	0.0905
11	1	0.1009	0.1129	0.1170	0.1210	0.1259	50	1	0.1009	0.1129	0.1170	0.1210	0.1259
11	2	0.0931	0.1005	0.1030	0.1053	0.1081	50	2	0.0931	0.1005	0.1030	0.1053	0.1081
11	3	0.0884	0.0940	0.0958	0.0975	0.0995	50	3	0.0884	0.0940	0.0958	0.0975	0.0995
11	4	0.0847	0.0894	0.0908	0.0922	0.0938	50	4	0.0847	0.0894	0.0908	0.0922	0.0938
11	5	0.0816	0.0857	0.0869	0.0880	0.0894	50	5	0.0816	0.0857	0.0869	0.0880	0.0894
12	1	0.0991	0.1100	0.1138	0.1174	0.1218	60	1	0.0991	0.1100	0.1138	0.1174	0.1218
12	2	0.0919	0.0987	0.1010	0.1031	0.1057	60	2	0.0919	0.0987	0.1010	0.1031	0.1057
12	3	0.0875	0.0927	0.0944	0.0959	0.0978	60	3	0.0875	0.0927	0.0944	0.0959	0.0978
12	4	0.0842	0.0885	0.0898	0.0910	0.0926	60	4	0.0842	0.0885	0.0898	0.0910	0.0926
12	5	0.0813	0.0851	0.0862	0.0873	0.0885	60	5	0.0813	0.0851	0.0862	0.0873	0.0885
13	1	0.0976	0.1077	0.1112	0.1145	0.1186	80	1	0.0976	0.1077	0.1112	0.1145	0.1186
13	2	0.0909	0.0973	0.0994	0.1013	0.1037	80	2	0.0909	0.0973	0.0994	0.1013	0.1037
13	3	0.0869	0.0917	0.0933	0.0947	0.0964	80	3	0.0869	0.0917	0.0933	0.0947	0.0964
13	4	0.0837	0.0877	0.0890	0.0902	0.0916	80	4	0.0837	0.0877	0.0890	0.0902	0.0916
13	5	0.0811	0.0846	0.0857	0.0866	0.0878	80	5	0.0811	0.0846	0.0857	0.0866	0.0878
14	1	0.0963	0.1058	0.1091	0.1121	0.1160	90	1	0.0963	0.1058	0.1091	0.1121	0.1160
14	2	0.0901	0.0961	0.0980	0.0999	0.1021	90	2	0.0901	0.0961	0.0980	0.0999	0.1021
14	3	0.0863	0.0909	0.0923	0.0937	0.0953	90	3	0.0863	0.0909	0.0923	0.0937	0.0953
14	4	0.0834	0.0871	0.0883	0.0894	0.0907	90	4	0.0834	0.0871	0.0883	0.0894	0.0907
14	5	0.0809	0.0842	0.0852	0.0861	0.0872	90	5	0.0809	0.0842	0.0852	0.0861	0.0872
15	1	0.0953	0.1042	0.1073	0.1102	0.1138	100	1	0.0953	0.1042	0.1073	0.1102	0.1138
15	2	0.0894	0.0950	0.0969	0.0986	0.1008	100	2	0.0894	0.0950	0.0969	0.0986	0.1008
15	3	0.0858	0.0901	0.0915	0.0928	0.0944	100	3	0.0858	0.0901	0.0915	0.0928	0.0944
15	4	0.0830	0.0866	0.0878	0.0888	0.0900	100	4	0.0830	0.0866	0.0878	0.0888	0.0900
15	5	0.0807	0.0838	0.0848	0.0856	0.0867	100	5	0.0807	0.0838	0.0848	0.0856	0.0867



TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$  Table for  $k = 14$ 

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.292	0.439	0.490	0.541	0.599	9	1	0.135	0.171	0.184	0.196	0.212
1	2	0.187	0.251	0.272	0.292	0.316	9	2	0.113	0.132	0.139	0.146	0.154
1	3	0.134	0.177	0.190	0.202	0.216	9	3	0.100	0.114	0.119	0.123	0.128
1	4	0.100	0.135	0.144	0.153	0.162	9	4	0.090	0.101	0.105	0.108	0.112
1	5	0.075	0.105	0.114	0.121	0.128	9	5	0.082	0.092	0.095	0.098	0.101
2	1	0.221	0.316	0.351	0.384	0.425	10	1	0.132	0.165	0.177	0.188	0.203
2	2	0.157	0.203	0.219	0.233	0.251	10	2	0.110	0.129	0.136	0.142	0.149
2	3	0.124	0.154	0.164	0.173	0.184	10	3	0.098	0.112	0.116	0.120	0.125
2	4	0.101	0.125	0.132	0.139	0.146	10	4	0.089	0.100	0.104	0.107	0.110
2	5	0.083	0.104	0.110	0.115	0.121	10	5	0.082	0.091	0.094	0.097	0.100
3	1	0.190	0.263	0.290	0.316	0.348	11	1	0.129	0.160	0.171	0.182	0.196
3	2	0.142	0.179	0.192	0.204	0.219	11	2	0.109	0.126	0.132	0.138	0.145
3	3	0.117	0.142	0.150	0.157	0.167	11	3	0.097	0.110	0.114	0.118	0.123
3	4	0.099	0.118	0.124	0.130	0.136	11	4	0.089	0.099	0.102	0.105	0.109
3	5	0.085	0.101	0.106	0.111	0.116	11	5	0.082	0.091	0.093	0.096	0.099
4	1	0.172	0.233	0.255	0.276	0.303	12	1	0.126	0.156	0.166	0.176	0.189
4	2	0.133	0.165	0.175	0.186	0.198	12	2	0.107	0.124	0.130	0.135	0.142
4	3	0.112	0.133	0.141	0.147	0.155	12	3	0.096	0.108	0.112	0.116	0.121
4	4	0.095	0.113	0.119	0.124	0.129	12	4	0.088	0.098	0.101	0.104	0.107
4	5	0.085	0.099	0.103	0.107	0.112	12	5	0.081	0.090	0.092	0.095	0.098
5	1	0.160	0.213	0.232	0.250	0.273	14	1	0.122	0.148	0.158	0.167	0.179
5	2	0.127	0.155	0.164	0.173	0.184	14	2	0.104	0.120	0.125	0.130	0.136
5	3	0.108	0.127	0.134	0.140	0.147	14	3	0.094	0.106	0.109	0.113	0.117
5	4	0.095	0.110	0.115	0.119	0.124	14	4	0.087	0.096	0.099	0.102	0.105
5	5	0.084	0.097	0.101	0.104	0.109	14	5	0.081	0.089	0.091	0.093	0.096
6	1	0.152	0.198	0.215	0.231	0.252	16	1	0.118	0.143	0.151	0.160	0.171
6	2	0.122	0.147	0.156	0.164	0.174	16	2	0.102	0.117	0.121	0.126	0.132
6	3	0.105	0.123	0.129	0.134	0.141	16	3	0.093	0.104	0.107	0.110	0.114
6	4	0.093	0.107	0.112	0.116	0.121	16	4	0.086	0.095	0.097	0.100	0.103
6	5	0.084	0.096	0.099	0.102	0.106	16	5	0.081	0.088	0.090	0.092	0.095
7	1	0.145	0.187	0.202	0.217	0.235	18	1	0.115	0.138	0.146	0.154	0.164
7	2	0.118	0.141	0.149	0.156	0.166	18	2	0.100	0.114	0.118	0.123	0.128
7	3	0.103	0.119	0.125	0.129	0.136	18	3	0.092	0.102	0.105	0.108	0.112
7	4	0.092	0.105	0.109	0.113	0.117	18	4	0.085	0.093	0.096	0.098	0.101
7	5	0.083	0.094	0.098	0.101	0.104	18	5	0.080	0.087	0.089	0.091	0.093
8	1	0.140	0.178	0.192	0.205	0.222	20	1	0.113	0.134	0.142	0.149	0.158
8	2	0.115	0.137	0.144	0.150	0.159	20	2	0.099	0.112	0.116	0.120	0.125
8	3	0.101	0.116	0.121	0.126	0.132	20	3	0.091	0.100	0.103	0.106	0.109
8	4	0.091	0.103	0.107	0.110	0.115	20	4	0.085	0.092	0.095	0.097	0.100
8	5	0.083	0.093	0.096	0.099	0.103	20	5	0.080	0.086	0.088	0.090	0.092

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$ . Table for  $k = 15$ 

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.280	0.420	0.469	0.515	0.572	9	1	0.128	0.161	0.174	0.185	0.200
1	2	0.181	0.243	0.263	0.282	0.306	9	2	0.107	0.126	0.132	0.138	0.146
1	3	0.131	0.173	0.185	0.197	0.210	9	3	0.095	0.108	0.113	0.117	0.122
1	4	0.099	0.132	0.142	0.150	0.159	9	4	0.086	0.097	0.100	0.103	0.107
1	5	0.076	0.104	0.112	0.119	0.126	9	5	0.079	0.088	0.091	0.094	0.097
2	1	0.210	0.301	0.334	0.365	0.405	10	1	0.124	0.156	0.167	0.178	0.192
2	2	0.151	0.195	0.210	0.224	0.241	10	2	0.105	0.122	0.128	0.134	0.141
2	3	0.120	0.149	0.159	0.167	0.178	10	3	0.093	0.106	0.110	0.114	0.119
2	4	0.099	0.121	0.128	0.135	0.142	10	4	0.085	0.095	0.099	0.102	0.105
2	5	0.082	0.102	0.107	0.112	0.118	10	5	0.078	0.087	0.090	0.092	0.095
3	1	0.181	0.250	0.275	0.300	0.331	11	1	0.121	0.151	0.161	0.172	0.184
3	2	0.136	0.171	0.183	0.195	0.209	11	2	0.103	0.120	0.125	0.131	0.137
3	3	0.112	0.136	0.144	0.151	0.160	11	3	0.092	0.104	0.108	0.112	0.117
3	4	0.095	0.114	0.120	0.125	0.132	11	4	0.085	0.094	0.097	0.100	0.104
3	5	0.082	0.098	0.103	0.107	0.112	11	5	0.078	0.086	0.089	0.091	0.094
4	1	0.163	0.221	0.242	0.262	0.287	12	1	0.119	0.147	0.157	0.166	0.178
4	2	0.127	0.157	0.167	0.177	0.189	12	2	0.101	0.117	0.123	0.128	0.134
4	3	0.107	0.128	0.135	0.141	0.149	12	3	0.091	0.103	0.107	0.110	0.114
4	4	0.093	0.109	0.114	0.119	0.125	12	4	0.084	0.093	0.096	0.099	0.102
4	5	0.082	0.096	0.100	0.104	0.108	12	5	0.078	0.086	0.088	0.090	0.093
5	1	0.152	0.201	0.219	0.237	0.258	14	1	0.114	0.140	0.149	0.157	0.168
5	2	0.121	0.147	0.156	0.165	0.175	14	2	0.099	0.113	0.118	0.123	0.129
5	3	0.103	0.122	0.128	0.133	0.140	14	3	0.090	0.100	0.104	0.107	0.111
5	4	0.091	0.105	0.110	0.114	0.119	14	4	0.083	0.091	0.094	0.096	0.100
5	5	0.081	0.094	0.097	0.101	0.105	14	5	0.077	0.085	0.087	0.089	0.091
6	1	0.143	0.187	0.203	0.218	0.238	16	1	0.111	0.134	0.143	0.150	0.160
6	2	0.116	0.140	0.148	0.155	0.165	16	2	0.097	0.110	0.115	0.119	0.124
6	3	0.100	0.117	0.123	0.128	0.134	16	3	0.088	0.098	0.101	0.104	0.108
6	4	0.090	0.103	0.107	0.111	0.115	16	4	0.082	0.090	0.092	0.095	0.098
6	5	0.081	0.092	0.095	0.098	0.102	16	5	0.077	0.084	0.086	0.087	0.090
7	1	0.137	0.177	0.191	0.205	0.222	18	1	0.108	0.130	0.137	0.145	0.154
7	2	0.112	0.134	0.141	0.148	0.157	18	2	0.095	0.108	0.112	0.116	0.121
7	3	0.098	0.114	0.119	0.123	0.129	18	3	0.087	0.096	0.099	0.102	0.106
7	4	0.088	0.100	0.104	0.108	0.112	18	4	0.081	0.089	0.091	0.093	0.096
7	5	0.080	0.090	0.094	0.096	0.100	18	5	0.076	0.083	0.085	0.086	0.089
8	1	0.132	0.168	0.181	0.194	0.210	20	1	0.106	0.126	0.133	0.140	0.149
8	2	0.109	0.129	0.136	0.143	0.151	20	2	0.093	0.105	0.109	0.113	0.118
8	3	0.096	0.111	0.115	0.120	0.125	20	3	0.086	0.095	0.098	0.100	0.104
8	4	0.087	0.098	0.102	0.105	0.109	20	4	0.080	0.087	0.090	0.092	0.094
8	5	0.080	0.089	0.092	0.095	0.098	20	5	0.076	0.082	0.084	0.086	0.088
9	1	0.124	0.159	0.172	0.185	0.200	30	1	0.0937	0.1069	0.1115	0.1159	0.1214
9	2	0.0854	0.0934	0.0961	0.0987	0.1018	30	2	0.0854	0.0934	0.0961	0.0987	0.1018
9	3	0.0804	0.0865	0.0884	0.0903	0.0925	30	3	0.0804	0.0865	0.0884	0.0903	0.0925
9	4	0.0766	0.0816	0.0832	0.0847	0.0854	30	4	0.0766	0.0816	0.0832	0.0847	0.0854
9	5	0.0735	0.0778	0.0791	0.0804	0.0818	30	5	0.0735	0.0778	0.0791	0.0804	0.0818
10	1	0.0907	0.1022	0.1063	0.1101	0.1148	40	1	0.0907	0.1022	0.1063	0.1101	0.1148
10	2	0.0833	0.0905	0.0929	0.0951	0.0978	40	2	0.0833	0.0905	0.0929	0.0951	0.0978
10	3	0.0789	0.0844	0.0861	0.0877	0.0894	40	3	0.0789	0.0844	0.0861	0.0877	0.0894
10	4	0.0756	0.0801	0.0815	0.0828	0.0844	40	4	0.0756	0.0801	0.0815	0.0828	0.0844
10	5	0.0728	0.0767	0.0779	0.0790	0.0803	40	5	0.0728	0.0767	0.0779	0.0790	0.0803
11	1	0.0885	0.0988	0.1024	0.1058	0.1101	50	1	0.0885	0.0988	0.1024	0.1058	0.1101
11	2	0.0819	0.0883	0.0905	0.0925	0.0949	50	2	0.0819	0.0883	0.0905	0.0925	0.0949
11	3	0.0779	0.0828	0.0844	0.0859	0.0877	50	3	0.0779	0.0828	0.0844	0.0859	0.0877
11	4	0.0749	0.0789	0.0802	0.0814	0.0828	50	4	0.0749	0.0789	0.0802	0.0814	0.0828
11	5	0.0723	0.0759	0.0770	0.0780	0.0792	50	5	0.0723	0.0759	0.0770	0.0780	0.0792
12	1	0.0868	0.0962	0.0995	0.1026	0.1065	60	1	0.0868	0.0962	0.0995	0.1026	0.1065
12	2	0.0807	0.0866	0.0886	0.0904	0.0927	60	2	0.0807	0.0866	0.0886	0.0904	0.0927
12	3	0.0771	0.0816	0.0831	0.0844	0.0861	60	3	0.0771	0.0816	0.0831	0.0844	0.0861
12	4	0.0743	0.0780	0.0792	0.0803	0.0816	60	4	0.0743	0.0780	0.0792	0.0803	0.0816
12	5	0.0719	0.0752	0.0762	0.0772	0.0783	60	5	0.0719	0.0752	0.0762	0.0772	0.0783
13	1	0.0854	0.0942	0.0972	0.1001	0.1036	70	1	0.0854	0.0942	0.0972	0.1001	0.1036
13	2	0.0798	0.0853	0.0871	0.0888	0.0909	70	2	0.0798	0.0853	0.0871	0.0888	0.0909
13	3	0.0764	0.0806	0.0820	0.0832	0.0848	70	3	0.0764	0.0806	0.0820	0.0832	0.0848
13	4	0.0738	0.0773	0.0784	0.0794	0.0807	70	4	0.0738	0.0773	0.0784	0.0794	0.0807
13	5	0.0716	0.0747	0.0756	0.0765	0.0775	70	5	0.0716	0.0747	0.0756	0.0765	0.0775
14	1	0.0843	0.0925	0.0953	0.0980	0.1013	80	1	0.0843	0.0925	0.0953	0.0980	0.1013
14	2	0.0790	0.0842	0.0859	0.0875	0.0895	80	2	0.0790	0.0842	0.0859	0.0875	0.0895
14	3	0.0758	0.0798	0.0811	0.0823	0.0837	80	3	0.0758	0.0798	0.0811	0.0823	0.0837
14	4	0.0734	0.0767	0.0778	0.0787	0.0799	80	4	0.0734	0.0767	0.0778	0.0787	0.0799
14	5	0.0714	0.0743	0.0751	0.0760	0.0769	80	5	0.0714	0.0743	0.0751	0.0760	0.0769
15	1	0.0833	0.0910	0.0937	0.0962	0.0993	90	1	0.0833	0.0910	0.0937	0.0962	0.0993
15	2	0.0784	0.0833	0.0849	0.0864	0.0882	90	2	0.0784	0.0833	0.0849	0.0864	0.0882
15	3	0.0754	0.0791	0.0804	0.0815	0.0828	90	3	0.0754	0.0791	0.0804	0.0815	0.0828
15	4	0.0731	0.0762	0.0772	0.0781	0.0792	90	4	0.0731	0.0762	0.0772	0.0781	0.0792
15	5	0.0711	0.0739	0.0747	0.0755	0.0764	90	5	0.0711	0.0739	0.0747	0.0755	0.0764



TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$ . Table for  $k = 17$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.258	0.387	0.433	0.476	0.529	9	1	0.115	0.145	0.156	0.166	0.179
1	2	0.170	0.228	0.248	0.266	0.288	9	2	0.097	0.114	0.120	0.125	0.132
1	3	0.126	0.164	0.176	0.187	0.200	9	3	0.086	0.099	0.103	0.106	0.111
1	4	0.098	0.127	0.136	0.144	0.153	9	4	0.079	0.089	0.092	0.095	0.098
1	5	0.077	0.102	0.109	0.116	0.123	9	5	0.073	0.081	0.084	0.086	0.089
2	1	0.192	0.275	0.305	0.334	0.370	10	1	0.112	0.140	0.150	0.160	0.172
2	2	0.140	0.180	0.194	0.207	0.224	10	2	0.095	0.111	0.116	0.121	0.128
2	3	0.113	0.140	0.148	0.156	0.167	10	3	0.085	0.097	0.100	0.104	0.108
2	4	0.094	0.115	0.121	0.127	0.134	10	4	0.078	0.087	0.090	0.093	0.096
2	5	0.080	0.097	0.102	0.107	0.113	10	5	0.072	0.080	0.082	0.085	0.087
3	1	0.164	0.227	0.250	0.272	0.300	11	1	0.109	0.135	0.145	0.154	0.165
3	2	0.126	0.158	0.169	0.179	0.192	11	2	0.093	0.108	0.113	0.118	0.124
3	3	0.104	0.126	0.134	0.140	0.149	11	3	0.084	0.095	0.099	0.102	0.106
3	4	0.090	0.107	0.112	0.117	0.123	11	4	0.077	0.086	0.089	0.091	0.095
3	5	0.078	0.093	0.097	0.101	0.106	11	5	0.072	0.079	0.082	0.084	0.086
4	1	0.148	0.200	0.219	0.237	0.260	12	1	0.107	0.132	0.141	0.149	0.160
4	2	0.117	0.144	0.153	0.162	0.173	12	2	0.092	0.106	0.111	0.115	0.121
4	3	0.099	0.118	0.124	0.130	0.137	12	3	0.083	0.093	0.097	0.100	0.104
4	4	0.087	0.101	0.106	0.110	0.116	12	4	0.076	0.085	0.088	0.090	0.093
4	5	0.077	0.090	0.093	0.097	0.101	12	5	0.071	0.078	0.081	0.083	0.085
5	1	0.137	0.182	0.198	0.214	0.234	14	1	0.103	0.125	0.133	0.141	0.151
5	2	0.110	0.134	0.142	0.150	0.160	14	2	0.089	0.102	0.107	0.111	0.116
5	3	0.095	0.112	0.118	0.123	0.129	14	3	0.081	0.091	0.094	0.097	0.100
5	4	0.085	0.098	0.102	0.106	0.110	14	4	0.075	0.083	0.086	0.088	0.091
5	5	0.076	0.087	0.090	0.094	0.097	14	5	0.071	0.077	0.079	0.081	0.083
6	1	0.130	0.169	0.183	0.197	0.215	16	1	0.100	0.120	0.128	0.135	0.144
6	2	0.106	0.127	0.135	0.141	0.150	16	2	0.087	0.099	0.103	0.107	0.112
6	3	0.092	0.108	0.113	0.117	0.123	16	3	0.080	0.089	0.092	0.094	0.098
6	4	0.083	0.095	0.099	0.102	0.106	16	4	0.074	0.082	0.084	0.086	0.089
6	5	0.075	0.085	0.088	0.091	0.095	16	5	0.070	0.076	0.078	0.080	0.082
7	1	0.124	0.159	0.172	0.184	0.200	18	1	0.097	0.116	0.123	0.129	0.138
7	2	0.102	0.122	0.128	0.135	0.143	18	2	0.085	0.097	0.100	0.104	0.109
7	3	0.090	0.104	0.109	0.113	0.118	18	3	0.079	0.087	0.090	0.092	0.095
7	4	0.081	0.092	0.096	0.099	0.103	18	4	0.073	0.080	0.082	0.085	0.087
7	5	0.074	0.084	0.086	0.089	0.092	18	5	0.069	0.075	0.077	0.079	0.081
8	1	0.119	0.151	0.163	0.174	0.189	20	1	0.095	0.113	0.119	0.125	0.133
8	2	0.099	0.117	0.124	0.129	0.137	20	2	0.084	0.095	0.098	0.102	0.106
8	3	0.088	0.101	0.105	0.109	0.114	20	3	0.078	0.086	0.088	0.090	0.093
8	4	0.080	0.090	0.094	0.097	0.100	20	4	0.073	0.079	0.081	0.083	0.086
8	5	0.073	0.082	0.085	0.087	0.090	20	5	0.069	0.074	0.076	0.078	0.080
9	1	0.112	0.144	0.156	0.166	0.179	30	1	0.108	0.128	0.135	0.141	0.149
9	2	0.092	0.112	0.118	0.123	0.129	30	2	0.090	0.108	0.114	0.119	0.124
9	3	0.080	0.100	0.105	0.109	0.114	30	3	0.078	0.095	0.100	0.104	0.108
9	4	0.072	0.090	0.094	0.097	0.100	30	4	0.069	0.085	0.089	0.092	0.095
9	5	0.065	0.081	0.084	0.087	0.090	30	5	0.062	0.077	0.081	0.084	0.087
10	1	0.108	0.138	0.149	0.158	0.171	40	1	0.102	0.122	0.129	0.135	0.142
10	2	0.088	0.108	0.113	0.117	0.123	40	2	0.088	0.105	0.110	0.114	0.119
10	3	0.078	0.095	0.100	0.104	0.108	40	3	0.078	0.093	0.097	0.101	0.105
10	4	0.070	0.085	0.089	0.092	0.095	40	4	0.069	0.083	0.087	0.090	0.093
10	5	0.062	0.076	0.080	0.083	0.086	40	5	0.062	0.075	0.078	0.081	0.084
11	1	0.102	0.130	0.140	0.148	0.160	50	1	0.096	0.115	0.121	0.126	0.132
11	2	0.082	0.100	0.105	0.109	0.114	50	2	0.082	0.098	0.103	0.107	0.111
11	3	0.072	0.088	0.092	0.095	0.099	50	3	0.072	0.086	0.090	0.093	0.096
11	4	0.064	0.078	0.082	0.085	0.088	50	4	0.064	0.077	0.080	0.083	0.086
11	5	0.056	0.069	0.072	0.075	0.078	50	5	0.056	0.068	0.071	0.074	0.077
12	1	0.100	0.126	0.135	0.142	0.153	60	1	0.090	0.108	0.114	0.119	0.124
12	2	0.080	0.098	0.103	0.107	0.111	60	2	0.080	0.095	0.099	0.103	0.107
12	3	0.070	0.085	0.089	0.092	0.095	60	3	0.070	0.083	0.087	0.090	0.093
12	4	0.062	0.075	0.078	0.081	0.084	60	4	0.062	0.074	0.077	0.079	0.082
12	5	0.054	0.066	0.069	0.071	0.074	60	5	0.054	0.065	0.068	0.070	0.072
13	1	0.098	0.122	0.130	0.137	0.147	70	1	0.088	0.105	0.110	0.115	0.120
13	2	0.078	0.094	0.099	0.103	0.107	70	2	0.078	0.092	0.096	0.099	0.103
13	3	0.068	0.082	0.085	0.088	0.091	70	3	0.068	0.080	0.083	0.086	0.089
13	4	0.060	0.072	0.075	0.077	0.080	70	4	0.060	0.071	0.073	0.075	0.077
13	5	0.052	0.063	0.065	0.067	0.069	70	5	0.052	0.062	0.064	0.066	0.068
14	1	0.096	0.118	0.125	0.131	0.140	80	1	0.086	0.102	0.106	0.110	0.114
14	2	0.076	0.090	0.094	0.097	0.101	80	2	0.076	0.089	0.092	0.095	0.098
14	3	0.066	0.078	0.081	0.083	0.085	80	3	0.066	0.077	0.080	0.082	0.084
14	4	0.058	0.069	0.071	0.073	0.075	80	4	0.058	0.068	0.070	0.072	0.074
14	5	0.050	0.060	0.062	0.064	0.066	80	5	0.050	0.059	0.061	0.063	0.065
15	1	0.094	0.114	0.120	0.125	0.133	90	1	0.084	0.100	0.104	0.108	0.112
15	2	0.074	0.088	0.092	0.095	0.099	90	2	0.074	0.086	0.089	0.092	0.095
15	3	0.064	0.076	0.078	0.080	0.082	90	3	0.064	0.075	0.077	0.079	0.081
15	4	0.056	0.066	0.068	0.070	0.072	90	4	0.056	0.065	0.067	0.069	0.071
15	5	0.048	0.058	0.060	0.062	0.064	90	5	0.048	0.056	0.058	0.060	0.062
16	1	0.092	0.110	0.116	0.120	0.127	100	1	0.082	0.096	0.100	0.104	0.108
16	2	0.072	0.086	0.090	0.093	0.096	100	2	0.072	0.083	0.085	0.087	0.089
16	3	0.062	0.073	0.075	0.077	0.079	100	3	0.062	0.072	0.074	0.076	0.078
16	4	0.054	0.064	0.066	0.068	0.070	100	4	0.054	0.063	0.065	0.067	0.069
16	5	0.046	0.055	0.057	0.059	0.061	100	5	0.046	0.054	0.056	0.058	0.060
17	1	0.090	0.108	0.113	0.117	0.123	110	1	0.078	0.092	0.095	0.098	0.102
17	2	0.070	0.084	0.087	0.090	0.093	110	2	0.070	0.081	0.083	0.085	0.087
17	3	0.060	0.071	0.073	0.075	0.077	110	3	0.060	0.070	0.072	0.074	0.076
17	4	0.052	0.062	0.064	0.066	0.068	110	4	0.052	0.061	0.063	0.065	0.067
17	5	0.044	0.053	0.055	0.057	0.059	110	5	0.044	0.052	0.054	0.056	0.058
18	1	0.088	0.104	0.109	0.113	0.118	120	1	0.076	0.088	0.091	0.094	0.097
18	2	0.068	0.080	0.083	0.085	0.087	120	2	0.068	0.078	0.080	0.082	0.084
18	3	0.058	0.068	0.070	0.072	0.074	120	3	0.058	0.067	0.069	0.071	0.073
18	4	0.050	0.059	0.061	0.063	0.065	120	4	0.050	0.058	0.060	0.062	0.064
18	5	0.042	0.050	0.052	0.054	0.056	120	5	0.042	0.049	0.051	0.053	0.055
19	1	0.086	0.100	0.105	0.109	0.113	130	1	0.074	0.084	0.087	0.090	0.093
19	2	0.066	0.077	0.080	0.082	0.084	130	2	0.066	0.075	0.077	0.079	0.081
19	3	0.056	0.066	0.0									

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$  Table for  $k = 18$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.248	0.372	0.417	0.459	0.514	9	1	0.110	0.138	0.149	0.158	0.171
1	2	0.165	0.221	0.240	0.258	0.280	9	2	0.093	0.109	0.114	0.119	0.126
1	3	0.124	0.160	0.172	0.183	0.196	9	3	0.083	0.095	0.098	0.102	0.106
1	4	0.097	0.125	0.134	0.141	0.150	9	4	0.076	0.085	0.088	0.091	0.094
1	5	0.077	0.101	0.108	0.114	0.121	9	5	0.070	0.078	0.081	0.083	0.085
2	1	0.185	0.263	0.292	0.320	0.355	10	1	0.107	0.133	0.143	0.152	0.164
2	2	0.135	0.174	0.188	0.200	0.216	10	2	0.091	0.106	0.111	0.116	0.122
2	3	0.109	0.135	0.144	0.152	0.161	10	3	0.081	0.092	0.096	0.100	0.104
2	4	0.092	0.112	0.118	0.124	0.131	10	4	0.075	0.084	0.086	0.089	0.092
2	5	0.078	0.095	0.100	0.104	0.110	10	5	0.070	0.077	0.079	0.081	0.084
3	1	0.158	0.217	0.239	0.260	0.287	11	1	0.104	0.129	0.138	0.146	0.157
3	2	0.121	0.152	0.162	0.172	0.185	11	2	0.089	0.103	0.108	0.113	0.118
3	3	0.101	0.122	0.129	0.136	0.143	11	3	0.080	0.091	0.094	0.097	0.101
3	4	0.087	0.104	0.109	0.113	0.119	11	4	0.074	0.082	0.085	0.088	0.091
3	5	0.077	0.090	0.094	0.098	0.103	11	5	0.069	0.076	0.078	0.080	0.083
4	1	0.142	0.191	0.209	0.226	0.248	12	1	0.102	0.125	0.134	0.142	0.152
4	2	0.112	0.138	0.147	0.155	0.166	12	2	0.087	0.101	0.106	0.110	0.115
4	3	0.095	0.114	0.120	0.125	0.132	12	3	0.079	0.089	0.092	0.096	0.099
4	4	0.084	0.098	0.103	0.107	0.112	12	4	0.073	0.081	0.084	0.086	0.089
4	5	0.075	0.087	0.090	0.094	0.098	12	5	0.068	0.075	0.077	0.079	0.082
5	1	0.131	0.174	0.189	0.204	0.223	14	1	0.098	0.119	0.127	0.134	0.143
5	2	0.106	0.129	0.137	0.144	0.153	14	2	0.085	0.097	0.102	0.106	0.111
5	3	0.092	0.108	0.113	0.118	0.124	14	3	0.078	0.087	0.090	0.092	0.096
5	4	0.082	0.094	0.098	0.102	0.107	14	4	0.072	0.080	0.082	0.084	0.087
5	5	0.074	0.084	0.087	0.090	0.094	14	5	0.068	0.074	0.076	0.078	0.080
6	1	0.124	0.161	0.175	0.188	0.205	16	1	0.095	0.114	0.121	0.128	0.137
6	2	0.101	0.122	0.129	0.136	0.144	16	2	0.083	0.095	0.098	0.102	0.107
6	3	0.089	0.103	0.108	0.113	0.118	16	3	0.076	0.085	0.087	0.090	0.093
6	4	0.080	0.091	0.095	0.098	0.102	16	4	0.071	0.078	0.080	0.082	0.085
6	5	0.073	0.082	0.085	0.088	0.091	16	5	0.067	0.073	0.075	0.076	0.078
7	1	0.118	0.152	0.164	0.176	0.191	18	1	0.092	0.110	0.117	0.123	0.131
7	2	0.098	0.117	0.123	0.129	0.137	18	2	0.081	0.092	0.096	0.099	0.103
7	3	0.086	0.100	0.104	0.108	0.113	18	3	0.075	0.083	0.086	0.088	0.091
7	4	0.078	0.089	0.092	0.095	0.099	18	4	0.070	0.077	0.079	0.081	0.083
7	5	0.072	0.081	0.083	0.086	0.089	18	5	0.067	0.072	0.074	0.075	0.077
8	1	0.114	0.144	0.155	0.166	0.180	20	1	0.090	0.107	0.113	0.119	0.126
8	2	0.095	0.112	0.118	0.124	0.131	20	2	0.080	0.090	0.094	0.097	0.101
8	3	0.085	0.097	0.101	0.105	0.109	20	3	0.074	0.081	0.084	0.086	0.089
8	4	0.077	0.087	0.090	0.093	0.096	20	4	0.070	0.076	0.078	0.080	0.082
8	5	0.071	0.079	0.082	0.084	0.087	20	5	0.066	0.071	0.073	0.074	0.076

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$ .  $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$ . Table for  $k = 19$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.240	0.359	0.402	0.443	0.493	9	1	0.105	0.132	0.142	0.151	0.163
1	2	0.161	0.215	0.234	0.251	0.272	9	2	0.089	0.104	0.109	0.114	0.121
1	3	0.121	0.157	0.168	0.178	0.191	9	3	0.080	0.091	0.094	0.098	0.102
1	4	0.095	0.123	0.131	0.139	0.147	9	4	0.073	0.082	0.085	0.087	0.091
1	5	0.076	0.100	0.107	0.112	0.119	9	5	0.068	0.075	0.077	0.080	0.082
2	1	0.178	0.253	0.281	0.307	0.341	10	1	0.102	0.127	0.136	0.145	0.156
2	2	0.131	0.168	0.181	0.193	0.209	10	2	0.087	0.101	0.106	0.111	0.117
2	3	0.106	0.131	0.140	0.147	0.157	10	3	0.078	0.089	0.092	0.095	0.099
2	4	0.090	0.109	0.115	0.120	0.127	10	4	0.072	0.080	0.083	0.086	0.089
2	5	0.077	0.093	0.098	0.102	0.107	10	5	0.067	0.074	0.076	0.078	0.081
3	1	0.151	0.208	0.229	0.249	0.275	11	1	0.099	0.123	0.132	0.140	0.150
3	2	0.117	0.146	0.156	0.166	0.178	11	2	0.085	0.099	0.104	0.108	0.113
3	3	0.098	0.118	0.125	0.131	0.139	11	3	0.077	0.087	0.090	0.093	0.097
3	4	0.085	0.100	0.105	0.110	0.116	11	4	0.071	0.079	0.082	0.084	0.087
3	5	0.075	0.088	0.092	0.095	0.100	11	5	0.067	0.073	0.075	0.077	0.080
4	1	0.136	0.183	0.200	0.216	0.238	12	1	0.097	0.119	0.127	0.135	0.145
4	2	0.108	0.133	0.141	0.149	0.160	12	2	0.084	0.097	0.101	0.105	0.110
4	3	0.092	0.110	0.115	0.121	0.127	12	3	0.076	0.086	0.089	0.092	0.095
4	4	0.081	0.095	0.099	0.103	0.108	12	4	0.070	0.078	0.081	0.083	0.086
4	5	0.073	0.084	0.088	0.091	0.095	12	5	0.066	0.072	0.075	0.076	0.079
5	1	0.126	0.166	0.181	0.195	0.213	14	1	0.094	0.114	0.121	0.128	0.137
5	2	0.102	0.124	0.131	0.138	0.147	14	2	0.081	0.093	0.097	0.101	0.106
5	3	0.088	0.104	0.109	0.114	0.119	14	3	0.074	0.083	0.086	0.089	0.092
5	4	0.079	0.091	0.095	0.098	0.103	14	4	0.069	0.076	0.078	0.081	0.083
5	5	0.072	0.082	0.085	0.088	0.091	14	5	0.065	0.071	0.073	0.075	0.077
6	1	0.119	0.154	0.167	0.179	0.195	16	1	0.090	0.109	0.116	0.122	0.130
6	2	0.097	0.117	0.124	0.130	0.138	16	2	0.079	0.090	0.094	0.098	0.102
6	3	0.085	0.099	0.104	0.108	0.114	16	3	0.073	0.081	0.084	0.086	0.089
6	4	0.077	0.088	0.091	0.095	0.099	16	4	0.068	0.075	0.077	0.079	0.081
6	5	0.070	0.080	0.082	0.085	0.088	16	5	0.064	0.070	0.072	0.073	0.075
7	1	0.113	0.145	0.157	0.168	0.182	18	1	0.088	0.105	0.111	0.117	0.125
7	2	0.094	0.112	0.118	0.124	0.131	18	2	0.078	0.088	0.091	0.095	0.099
7	3	0.083	0.096	0.100	0.104	0.109	18	3	0.072	0.079	0.082	0.084	0.087
7	4	0.075	0.086	0.089	0.092	0.095	18	4	0.067	0.073	0.076	0.077	0.080
7	5	0.069	0.078	0.080	0.083	0.086	18	5	0.064	0.069	0.071	0.072	0.074
8	1	0.109	0.138	0.148	0.159	0.172	20	1	0.086	0.102	0.108	0.113	0.120
8	2	0.091	0.108	0.113	0.118	0.125	20	2	0.076	0.086	0.089	0.092	0.096
8	3	0.081	0.093	0.097	0.101	0.105	20	3	0.071	0.078	0.080	0.082	0.085
8	4	0.074	0.084	0.087	0.089	0.093	20	4	0.067	0.072	0.074	0.076	0.078
8	5	0.068	0.076	0.079	0.081	0.084	20	5	0.063	0.068	0.070	0.071	0.073
9	1	0.105	0.132	0.142	0.151	0.163	30	1	0.0795	0.0919	0.0963	0.1005	0.1057
9	2	0.0719	0.0795	0.0821	0.0844	0.0874	30	2	0.0692	0.0757	0.0778	0.0798	0.0824
9	3	0.0675	0.0732	0.0751	0.0768	0.0789	30	3	0.0655	0.0704	0.0720	0.0735	0.0753
9	4	0.0642	0.0689	0.0704	0.0718	0.0735	30	4	0.0627	0.0667	0.0680	0.0692	0.0707
9	5	0.0615	0.0655	0.0668	0.0680	0.0694	30	5	0.0604	0.0639	0.0650	0.0660	0.0672
40	1	0.0756	0.0860	0.0897	0.0931	0.0975	40	1	0.0730	0.0821	0.0853	0.0883	0.0921
40	2	0.0692	0.0757	0.0778	0.0798	0.0824	40	2	0.0674	0.0731	0.0750	0.0768	0.0790
40	3	0.0655	0.0704	0.0720	0.0735	0.0753	40	3	0.0641	0.0685	0.0699	0.0712	0.0728
40	4	0.0627	0.0667	0.0680	0.0692	0.0707	40	4	0.0616	0.0652	0.0664	0.0674	0.0687
40	5	0.0604	0.0639	0.0650	0.0660	0.0672	40	5	0.0596	0.0627	0.0637	0.0646	0.0657
50	1	0.0730	0.0821	0.0853	0.0883	0.0921	50	1	0.0711	0.0793	0.0821	0.0848	0.0882
50	2	0.0674	0.0731	0.0750	0.0768	0.0790	50	2	0.0661	0.0712	0.0729	0.0745	0.0765
50	3	0.0641	0.0685	0.0699	0.0712	0.0728	50	3	0.0631	0.0670	0.0683	0.0695	0.0710
50	4	0.0616	0.0652	0.0664	0.0674	0.0687	50	4	0.0609	0.0641	0.0652	0.0661	0.0673
50	5	0.0596	0.0627	0.0637	0.0646	0.0657	50	5	0.0590	0.0619	0.0628	0.0636	0.0646
60	1	0.0711	0.0793	0.0821	0.0848	0.0882	60	1	0.0697	0.0771	0.0797	0.0821	0.0852
60	2	0.0661	0.0712	0.0729	0.0745	0.0765	60	2	0.0651	0.0698	0.0713	0.0728	0.0746
60	3	0.0631	0.0670	0.0683	0.0695	0.0710	60	3	0.0623	0.0660	0.0671	0.0682	0.0695
60	4	0.0609	0.0641	0.0652	0.0661	0.0673	60	4	0.0603	0.0633	0.0643	0.0651	0.0662
60	5	0.0590	0.0619	0.0628	0.0636	0.0646	60	5	0.0586	0.0612	0.0620	0.0628	0.0637
70	1	0.0697	0.0771	0.0797	0.0821	0.0852	70	1	0.0677	0.0754	0.0778	0.0800	0.0829
70	2	0.0651	0.0698	0.0713	0.0728	0.0746	70	2	0.0642	0.0686	0.0701	0.0714	0.0731
70	3	0.0623	0.0660	0.0671	0.0682	0.0695	70	3	0.0617	0.0651	0.0662	0.0672	0.0684
70	4	0.0603	0.0633	0.0643	0.0651	0.0662	70	4	0.0598	0.0626	0.0635	0.0643	0.0653
70	5	0.0586	0.0612	0.0620	0.0628	0.0637	70	5	0.0582	0.0607	0.0614	0.0621	0.0630
80	1	0.0685	0.0754	0.0778	0.0800	0.0829	80	1	0.0675	0.0740	0.0762	0.0783	0.0809
80	2	0.0642	0.0686	0.0701	0.0714	0.0731	80	2	0.0636	0.0677	0.0690	0.0703	0.0718
80	3	0.0617	0.0651	0.0662	0.0672	0.0684	80	3	0.0612	0.0643	0.0654	0.0663	0.0675
80	4	0.0598	0.0626	0.0635	0.0643	0.0653	80	4	0.0594	0.0620	0.0629	0.0636	0.0646
80	5	0.0582	0.0607	0.0614	0.0621	0.0630	80	5	0.0579	0.0602	0.0609	0.0616	0.0624
90	1	0.0675	0.0740	0.0762	0.0783	0.0809	90	1	0.0667	0.0728	0.0749	0.0769	0.0793
90	2	0.0636	0.0677	0.0690	0.0703	0.0718	90	2	0.0630	0.0669	0.0681	0.0693	0.0708
90	3	0.0612	0.0643	0.0654	0.0663	0.0675	90	3	0.0607	0.0637	0.0647	0.0656	0.0667
90	4	0.0594	0.0620	0.0629	0.0636	0.0646	90	4	0.0590	0.0616	0.0623	0.0631	0.0640
90	5	0.0579	0.0602	0.0609	0.0616	0.0624	90	5	0.0576	0.0598	0.0605	0.0611	0.0619
100	1	0.0667	0.0728	0.0749	0.0769	0.0793	100	1	0.0667	0.0728	0.0749	0.0769	0.0793
100	2	0.0630	0.0669	0.0681	0.0693	0.0708	100	2	0.0630	0.0669	0.0681	0.0693	0.0708
100	3	0.0607	0.0637	0.0647	0.0656	0.0667	100	3	0.0607	0.0637	0.0647	0.0656	0.0667
100	4	0.0590	0.0616	0.0623	0.0631	0.0640	100	4	0.0590	0.0616	0.0623	0.0631	0.0640
100	5	0.0576	0.0598	0.0605	0.0611	0.0619	100	5	0.0576	0.0598	0.0605	0.0611	0.0619

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$  Table for  $k = 20$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.232	0.347	0.388	0.428	0.477	5	1	0.121	0.159	0.173	0.187	0.204
1	2	0.157	0.209	0.227	0.244	0.265	5	2	0.098	0.119	0.126	0.133	0.142
1	3	0.119	0.153	0.164	0.175	0.187	5	3	0.085	0.100	0.105	0.110	0.115
1	4	0.094	0.121	0.129	0.136	0.145	5	4	0.076	0.088	0.092	0.095	0.099
1	5	0.076	0.099	0.105	0.111	0.117	5	5	0.069	0.079	0.082	0.085	0.088
1	6	0.062	0.082	0.088	0.092	0.098	5	6	0.063	0.072	0.075	0.077	0.080
1	8	0.041	0.058	0.063	0.067	0.071	5	8	0.054	0.061	0.063	0.065	0.067
1	10	0.027	0.041	0.045	0.049	0.052	5	10	0.046	0.052	0.054	0.056	0.058
2	1	0.171	0.243	0.270	0.296	0.328	6	1	0.114	0.148	0.160	0.172	0.187
2	2	0.127	0.163	0.175	0.187	0.202	6	2	0.094	0.112	0.119	0.125	0.133
2	3	0.103	0.128	0.136	0.143	0.152	6	3	0.082	0.096	0.100	0.104	0.109
2	4	0.087	0.106	0.112	0.117	0.124	6	4	0.074	0.085	0.088	0.091	0.095
2	5	0.075	0.091	0.096	0.100	0.105	6	5	0.068	0.077	0.080	0.082	0.085
2	6	0.066	0.079	0.083	0.087	0.091	6	6	0.063	0.071	0.073	0.075	0.078
2	8	0.050	0.062	0.065	0.068	0.071	6	8	0.054	0.061	0.063	0.064	0.066
2	10	0.038	0.049	0.052	0.054	0.057	6	10	0.047	0.053	0.054	0.056	0.058
3	1	0.146	0.200	0.220	0.239	0.264	7	1	0.108	0.139	0.150	0.161	0.174
3	2	0.113	0.141	0.151	0.160	0.172	7	2	0.090	0.107	0.113	0.119	0.126
3	3	0.095	0.114	0.121	0.127	0.134	7	3	0.080	0.092	0.096	0.100	0.105
3	4	0.082	0.098	0.102	0.107	0.112	7	4	0.073	0.082	0.086	0.089	0.092
3	5	0.073	0.086	0.089	0.093	0.097	7	5	0.067	0.075	0.078	0.080	0.083
3	6	0.065	0.076	0.080	0.082	0.086	7	6	0.062	0.069	0.072	0.073	0.076
3	8	0.053	0.062	0.065	0.067	0.070	7	8	0.054	0.060	0.062	0.063	0.065
3	10	0.043	0.051	0.054	0.056	0.058	7	10	0.047	0.053	0.054	0.056	0.057
4	1	0.131	0.175	0.192	0.208	0.228	8	1	0.104	0.132	0.142	0.152	0.164
4	2	0.104	0.128	0.136	0.144	0.154	8	2	0.087	0.103	0.109	0.114	0.120
4	3	0.089	0.106	0.112	0.117	0.123	8	3	0.078	0.090	0.093	0.097	0.101
4	4	0.079	0.092	0.096	0.100	0.105	8	4	0.071	0.081	0.083	0.086	0.089
4	5	0.071	0.082	0.085	0.088	0.092	8	5	0.066	0.074	0.076	0.078	0.081
4	6	0.064	0.074	0.077	0.079	0.082	8	6	0.062	0.068	0.070	0.072	0.075
4	8	0.054	0.062	0.064	0.066	0.068	8	8	0.054	0.060	0.061	0.063	0.065
4	10	0.045	0.052	0.054	0.056	0.058	8	10	0.048	0.053	0.054	0.056	0.057
9	1	0.1006	0.1263	0.1356	0.1446	0.1560	9	1	0.0976	0.1216	0.1303	0.1386	0.1492
9	2	0.0852	0.0999	0.1050	0.1097	0.1157	9	2	0.0833	0.0971	0.1019	0.1063	0.1119
9	3	0.0766	0.0872	0.0908	0.0941	0.0981	9	3	0.0752	0.0853	0.0886	0.0917	0.0955
9	4	0.0703	0.0788	0.0816	0.0841	0.0872	9	4	0.0694	0.0774	0.0800	0.0824	0.0853
9	5	0.0653	0.0725	0.0748	0.0769	0.0794	9	5	0.0647	0.0715	0.0736	0.0756	0.0780
9	6	0.0611	0.0675	0.0694	0.0712	0.0733	9	6	0.0607	0.0667	0.0685	0.0702	0.0722
9	8	0.0541	0.0594	0.0610	0.0624	0.0640	9	8	0.0540	0.0591	0.0606	0.0619	0.0635
9	10	0.0481	0.0530	0.0544	0.0556	0.0570	9	10	0.0483	0.0530	0.0543	0.0555	0.0568
10	1	0.0976	0.1176	0.1258	0.1335	0.1435	10	1	0.0951	0.1176	0.1258	0.1335	0.1435
10	2	0.0833	0.0947	0.0992	0.1034	0.1086	10	2	0.0817	0.0947	0.0992	0.1034	0.1086
10	3	0.0752	0.0836	0.0868	0.0897	0.0933	10	3	0.0740	0.0836	0.0868	0.0897	0.0933
10	4	0.0694	0.0762	0.0787	0.0809	0.0837	10	4	0.0685	0.0762	0.0787	0.0809	0.0837
10	5	0.0647	0.0706	0.0726	0.0745	0.0768	10	5	0.0641	0.0706	0.0726	0.0745	0.0768
10	6	0.0607	0.0660	0.0678	0.0694	0.0713	10	6	0.0603	0.0660	0.0678	0.0694	0.0713
10	8	0.0540	0.0588	0.0602	0.0615	0.0630	10	8	0.0540	0.0588	0.0602	0.0615	0.0630
10	10	0.0486	0.0530	0.0543	0.0553	0.0566	10	10	0.0486	0.0530	0.0543	0.0553	0.0566
11	1	0.0930	0.1142	0.1219	0.1292	0.1386	11	1	0.0930	0.1142	0.1219	0.1292	0.1386
11	2	0.0803	0.0927	0.0969	0.1009	0.1058	11	2	0.0803	0.0927	0.0969	0.1009	0.1058
11	3	0.0730	0.0821	0.0851	0.0879	0.0914	11	3	0.0730	0.0821	0.0851	0.0879	0.0914
11	4	0.0678	0.0751	0.0775	0.0796	0.0823	11	4	0.0678	0.0751	0.0775	0.0796	0.0823
11	5	0.0636	0.0698	0.0717	0.0735	0.0757	11	5	0.0636	0.0698	0.0717	0.0735	0.0757
11	6	0.0600	0.0655	0.0671	0.0687	0.0705	11	6	0.0600	0.0655	0.0671	0.0687	0.0705
11	8	0.0539	0.0586	0.0599	0.0611	0.0626	11	8	0.0539	0.0586	0.0599	0.0611	0.0626
11	10	0.0487	0.0530	0.0542	0.0552	0.0564	11	10	0.0487	0.0530	0.0542	0.0552	0.0564

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$  Table for  $k = 20$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
14	1	0.089	0.109	0.115	0.122	0.131	30	1	0.076	0.088	0.092	0.096	0.101
14	2	0.078	0.089	0.093	0.097	0.101	30	2	0.069	0.076	0.078	0.081	0.084
14	3	0.071	0.080	0.082	0.085	0.088	30	3	0.065	0.070	0.072	0.073	0.076
14	4	0.067	0.073	0.076	0.077	0.080	30	4	0.062	0.066	0.067	0.069	0.070
14	5	0.063	0.068	0.070	0.072	0.074	30	5	0.059	0.063	0.064	0.065	0.067
14	6	0.059	0.064	0.066	0.067	0.069	30	6	0.057	0.060	0.061	0.062	0.063
14	8	0.054	0.058	0.059	0.060	0.062	30	8	0.053	0.056	0.057	0.058	0.059
14	10	0.049	0.053	0.054	0.055	0.056	30	10	0.050	0.052	0.053	0.054	0.055
16	1	0.087	0.104	0.110	0.117	0.124	40	1	0.072	0.082	0.086	0.089	0.093
16	2	0.076	0.086	0.090	0.093	0.098	40	2	0.066	0.072	0.074	0.076	0.079
16	3	0.070	0.078	0.080	0.083	0.086	40	3	0.063	0.067	0.069	0.070	0.072
16	4	0.066	0.072	0.074	0.076	0.078	40	4	0.060	0.064	0.065	0.066	0.068
16	5	0.062	0.067	0.069	0.071	0.072	40	5	0.058	0.061	0.062	0.063	0.064
16	6	0.059	0.064	0.065	0.066	0.068	40	6	0.056	0.059	0.060	0.061	0.062
16	8	0.054	0.058	0.059	0.060	0.061	40	8	0.053	0.055	0.056	0.057	0.058
16	10	0.049	0.053	0.054	0.055	0.056	40	10	0.050	0.052	0.053	0.054	0.054
18	1	0.084	0.101	0.106	0.112	0.119	50	1	0.070	0.078	0.081	0.084	0.088
18	2	0.075	0.084	0.087	0.091	0.095	50	2	0.064	0.070	0.072	0.073	0.075
18	3	0.069	0.076	0.078	0.081	0.083	50	3	0.061	0.065	0.067	0.068	0.070
18	4	0.065	0.071	0.072	0.074	0.076	50	4	0.059	0.062	0.063	0.064	0.066
18	5	0.061	0.066	0.068	0.069	0.071	50	5	0.057	0.060	0.061	0.062	0.063
18	6	0.058	0.063	0.064	0.066	0.067	50	6	0.055	0.058	0.059	0.060	0.060
18	8	0.054	0.057	0.058	0.060	0.061	50	8	0.052	0.055	0.056	0.056	0.057
18	10	0.049	0.053	0.054	0.055	0.056	50	10	0.050	0.052	0.053	0.053	0.054
20	1	0.082	0.098	0.103	0.108	0.115	60	1	0.068	0.076	0.078	0.081	0.084
20	2	0.073	0.082	0.085	0.088	0.092	60	2	0.063	0.068	0.070	0.071	0.073
20	3	0.068	0.075	0.077	0.079	0.082	60	3	0.060	0.064	0.065	0.066	0.068
20	4	0.064	0.070	0.071	0.073	0.075	60	4	0.058	0.061	0.062	0.063	0.064
20	5	0.061	0.066	0.067	0.068	0.070	60	5	0.056	0.059	0.060	0.061	0.062
20	6	0.058	0.062	0.064	0.065	0.066	60	6	0.055	0.057	0.058	0.059	0.060
20	8	0.054	0.057	0.058	0.059	0.060	60	8	0.052	0.054	0.055	0.056	0.056
20	10	0.049	0.053	0.054	0.054	0.056	60	10	0.050	0.052	0.052	0.053	0.054
70	1	0.0664	0.0735	0.0759	0.0783	0.0812	70	1	0.0653	0.0718	0.0741	0.0762	0.0789
70	2	0.0621	0.0666	0.0680	0.0694	0.0711	70	2	0.0613	0.0654	0.0668	0.0681	0.0697
70	3	0.0595	0.0630	0.0641	0.0651	0.0664	70	3	0.0589	0.0621	0.0631	0.0641	0.0653
70	4	0.0576	0.0605	0.0614	0.0622	0.0632	70	4	0.0571	0.0598	0.0606	0.0614	0.0624
70	5	0.0560	0.0585	0.0593	0.0600	0.0609	70	5	0.0556	0.0580	0.0587	0.0594	0.0602
70	6	0.0546	0.0569	0.0576	0.0582	0.0589	70	6	0.0543	0.0564	0.0571	0.0577	0.0584
70	8	0.0522	0.0541	0.0547	0.0552	0.0558	70	8	0.0521	0.0539	0.0544	0.0549	0.0555
70	10	0.0501	0.0519	0.0524	0.0528	0.0533	70	10	0.0501	0.0518	0.0522	0.0527	0.0531
80	1	0.0653	0.0718	0.0741	0.0762	0.0789	80	1	0.0644	0.0705	0.0726	0.0746	0.0771
80	2	0.0613	0.0654	0.0668	0.0681	0.0697	80	2	0.0606	0.0645	0.0658	0.0670	0.0685
80	3	0.0589	0.0621	0.0631	0.0641	0.0653	80	3	0.0584	0.0614	0.0624	0.0633	0.0644
80	4	0.0571	0.0598	0.0606	0.0614	0.0624	80	4	0.0567	0.0592	0.0600	0.0608	0.0617
80	5	0.0556	0.0580	0.0587	0.0594	0.0602	80	5	0.0553	0.0575	0.0582	0.0588	0.0596
80	6	0.0543	0.0564	0.0571	0.0577	0.0584	80	6	0.0541	0.0561	0.0567	0.0572	0.0579
80	8	0.0521	0.0539	0.0544	0.0549	0.0555	80	8	0.0520	0.0537	0.0542	0.0547	0.0552
80	10	0.0501	0.0518	0.0522	0.0527	0.0531	80	10	0.0501	0.0517	0.0521	0.0525	0.0530
90	1	0.0644	0.0705	0.0726	0.0746	0.0771	90	1	0.0636	0.0693	0.0713	0.0732	0.0755
90	2	0.0606	0.0645	0.0658	0.0670	0.0685	90	2	0.0601	0.0637	0.0649	0.0661	0.0675
90	3	0.0584	0.0614	0.0624	0.0633	0.0644	90	3	0.0579	0.0608	0.0617	0.0626	0.0636
90	4	0.0567	0.0592	0.0600	0.0608	0.0617	90	4	0.0564	0.0587	0.0595	0.0602	0.0610
90	5	0.0553	0.0575	0.0582	0.0588	0.0596	90	5	0.0550	0.0571	0.0578	0.0584	0.0591
90	6	0.0541	0.0561	0.0567	0.0572	0.0579	90	6	0.0539	0.0558	0.0564	0.0569	0.0575
90	8	0.0520	0.0537	0.0542	0.0547	0.0552	90	8	0.0519	0.0535	0.0540	0.0544	0.0549
90	10	0.0501	0.0517	0.0521	0.0525	0.0530	90	10	0.0501	0.0516	0.0520	0.0524	0.0528



TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$  k number of sample variances, each with degrees of freedom n Table for k = 25

n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.199	0.297	0.333	0.367	0.411	5	1	0.101	0.132	0.144	0.155	0.169
1	2	0.139	0.185	0.201	0.216	0.234	5	2	0.083	0.100	0.106	0.112	0.119
1	3	0.108	0.138	0.148	0.157	0.169	5	3	0.073	0.085	0.090	0.093	0.098
1	4	0.088	0.111	0.118	0.125	0.133	5	4	0.066	0.076	0.079	0.082	0.086
1	5	0.073	0.092	0.098	0.103	0.109	5	5	0.060	0.069	0.071	0.074	0.077
1	6	0.062	0.078	0.083	0.087	0.092	5	6	0.056	0.063	0.065	0.067	0.070
1	8	0.045	0.058	0.062	0.065	0.069	5	8	0.049	0.054	0.056	0.058	0.060
1	10	0.032	0.044	0.047	0.050	0.053	5	10	0.043	0.048	0.049	0.051	0.052
2	1	0.145	0.205	0.228	0.249	0.277	6	1	0.095	0.122	0.133	0.142	0.155
2	2	0.110	0.141	0.151	0.161	0.174	6	2	0.079	0.095	0.100	0.105	0.111
2	3	0.091	0.112	0.119	0.126	0.134	6	3	0.070	0.081	0.085	0.089	0.093
2	4	0.078	0.095	0.100	0.104	0.110	6	4	0.064	0.073	0.076	0.078	0.082
2	5	0.069	0.082	0.086	0.090	0.094	6	5	0.059	0.066	0.069	0.071	0.074
2	6	0.061	0.072	0.076	0.079	0.083	6	6	0.055	0.061	0.063	0.065	0.067
2	8	0.049	0.058	0.061	0.063	0.066	6	8	0.048	0.054	0.055	0.057	0.058
2	10	0.040	0.048	0.050	0.052	0.054	6	10	0.043	0.048	0.049	0.050	0.052
3	1	0.123	0.168	0.184	0.201	0.221	7	1	0.090	0.115	0.124	0.133	0.144
3	2	0.096	0.120	0.129	0.137	0.146	7	2	0.076	0.090	0.095	0.099	0.105
3	3	0.082	0.099	0.105	0.110	0.116	7	3	0.068	0.078	0.081	0.085	0.089
3	4	0.073	0.086	0.090	0.094	0.098	7	4	0.062	0.070	0.073	0.076	0.078
3	5	0.065	0.076	0.079	0.082	0.086	7	5	0.058	0.065	0.067	0.069	0.071
3	6	0.059	0.068	0.071	0.074	0.077	7	6	0.054	0.060	0.062	0.064	0.066
3	8	0.049	0.057	0.059	0.061	0.063	7	8	0.048	0.053	0.054	0.056	0.057
3	10	0.041	0.048	0.050	0.052	0.054	7	10	0.043	0.047	0.049	0.050	0.051
4	1	0.110	0.146	0.160	0.173	0.190	8	1	0.086	0.109	0.117	0.125	0.135
4	2	0.088	0.108	0.115	0.122	0.130	8	2	0.073	0.086	0.091	0.095	0.100
4	3	0.077	0.091	0.096	0.100	0.106	8	3	0.066	0.076	0.079	0.082	0.085
4	4	0.069	0.080	0.083	0.087	0.091	8	4	0.061	0.068	0.071	0.073	0.076
4	5	0.063	0.072	0.075	0.077	0.081	8	5	0.057	0.063	0.065	0.067	0.069
4	6	0.057	0.065	0.068	0.070	0.073	8	6	0.053	0.059	0.061	0.062	0.064
4	8	0.049	0.056	0.058	0.059	0.061	8	8	0.048	0.052	0.054	0.055	0.056
4	10	0.042	0.048	0.050	0.051	0.053	8	10	0.043	0.047	0.048	0.049	0.051
9	1	0.0834	0.1042	0.1118	0.1191	0.1284	9	1	0.0834	0.1042	0.1118	0.1191	0.1284
9	2	0.0713	0.0834	0.0875	0.0914	0.0964	9	2	0.0713	0.0834	0.0875	0.0914	0.0964
9	3	0.0645	0.0734	0.0763	0.0791	0.0825	9	3	0.0645	0.0734	0.0763	0.0791	0.0825
9	4	0.0597	0.0668	0.0691	0.0712	0.0738	9	4	0.0597	0.0668	0.0691	0.0712	0.0738
9	5	0.0559	0.0619	0.0638	0.0655	0.0677	9	5	0.0559	0.0619	0.0638	0.0655	0.0677
9	6	0.0527	0.0579	0.0596	0.0610	0.0629	9	6	0.0527	0.0579	0.0596	0.0610	0.0629
9	8	0.0474	0.0517	0.0530	0.0542	0.0556	9	8	0.0474	0.0517	0.0530	0.0542	0.0556
9	10	0.0430	0.0468	0.0479	0.0489	0.0501	9	10	0.0430	0.0468	0.0479	0.0489	0.0501
10	1	0.0808	0.1002	0.1073	0.1140	0.1227	10	1	0.0808	0.1002	0.1073	0.1140	0.1227
10	2	0.0696	0.0809	0.0848	0.0884	0.0930	10	2	0.0696	0.0809	0.0848	0.0884	0.0930
10	3	0.0633	0.0716	0.0744	0.0769	0.0801	10	3	0.0633	0.0716	0.0744	0.0769	0.0801
10	4	0.0587	0.0654	0.0676	0.0696	0.0721	10	4	0.0587	0.0654	0.0676	0.0696	0.0721
10	5	0.0551	0.0608	0.0626	0.0643	0.0663	10	5	0.0551	0.0608	0.0626	0.0643	0.0663
10	6	0.0521	0.0571	0.0586	0.0600	0.0618	10	6	0.0521	0.0571	0.0586	0.0600	0.0618
10	8	0.0471	0.0512	0.0525	0.0536	0.0549	10	8	0.0471	0.0512	0.0525	0.0536	0.0549
10	10	0.0430	0.0466	0.0477	0.0486	0.0497	10	10	0.0430	0.0466	0.0477	0.0486	0.0497
11	1	0.0787	0.0968	0.1034	0.1097	0.1178	11	1	0.0787	0.0968	0.1034	0.1097	0.1178
11	2	0.0681	0.0788	0.0824	0.0859	0.0902	11	2	0.0681	0.0788	0.0824	0.0859	0.0902
11	3	0.0622	0.0700	0.0727	0.0751	0.0781	11	3	0.0622	0.0700	0.0727	0.0751	0.0781
11	4	0.0579	0.0643	0.0663	0.0682	0.0705	11	4	0.0579	0.0643	0.0663	0.0682	0.0705
11	5	0.0545	0.0599	0.0616	0.0632	0.0651	11	5	0.0545	0.0599	0.0616	0.0632	0.0651
11	6	0.0516	0.0564	0.0578	0.0592	0.0608	11	6	0.0516	0.0564	0.0578	0.0592	0.0608
11	8	0.0469	0.0508	0.0520	0.0530	0.0543	11	8	0.0469	0.0508	0.0520	0.0530	0.0543
11	10	0.0429	0.0464	0.0474	0.0483	0.0494	11	10	0.0429	0.0464	0.0474	0.0483	0.0494
12	1	0.0768	0.0939	0.1001	0.1061	0.1137	12	1	0.0768	0.0939	0.1001	0.1061	0.1137
12	2	0.0668	0.0770	0.0804	0.0837	0.0877	12	2	0.0668	0.0770	0.0804	0.0837	0.0877
12	3	0.0612	0.0687	0.0712	0.0735	0.0763	12	3	0.0612	0.0687	0.0712	0.0735	0.0763
12	4	0.0571	0.0632	0.0652	0.0670	0.0692	12	4	0.0571	0.0632	0.0652	0.0670	0.0692
12	5	0.0539	0.0591	0.0607	0.0622	0.0640	12	5	0.0539	0.0591	0.0607	0.0622	0.0640
12	6	0.0512	0.0557	0.0571	0.0584	0.0600	12	6	0.0512	0.0557	0.0571	0.0584	0.0600
12	8	0.0467	0.0504	0.0516	0.0526	0.0538	12	8	0.0467	0.0504	0.0516	0.0526	0.0538
12	10	0.0429	0.0462	0.0472	0.0480	0.0491	12	10	0.0429	0.0462	0.0472	0.0480	0.0491

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$  Table for  $k = 25$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
14	1	0.074	0.089	0.095	0.100	0.107	30	1	0.062	0.072	0.075	0.078	0.082
14	2	0.065	0.074	0.077	0.080	0.084	30	2	0.056	0.062	0.064	0.066	0.068
14	3	0.060	0.067	0.069	0.071	0.073	30	3	0.053	0.058	0.059	0.060	0.062
14	4	0.056	0.062	0.063	0.065	0.067	30	4	0.051	0.055	0.056	0.057	0.058
14	5	0.053	0.058	0.059	0.061	0.062	30	5	0.049	0.052	0.053	0.054	0.055
14	6	0.051	0.055	0.056	0.057	0.059	30	6	0.047	0.050	0.051	0.052	0.053
14	8	0.046	0.050	0.051	0.052	0.053	30	8	0.045	0.047	0.048	0.048	0.049
14	10	0.043	0.046	0.047	0.048	0.049	30	10	0.042	0.044	0.045	0.046	0.046
16	1	0.071	0.085	0.090	0.095	0.102	40	1	0.059	0.067	0.070	0.072	0.076
16	2	0.063	0.072	0.074	0.077	0.081	40	2	0.054	0.059	0.061	0.062	0.064
16	3	0.058	0.065	0.067	0.069	0.071	40	3	0.052	0.055	0.056	0.058	0.059
16	4	0.055	0.060	0.062	0.063	0.065	40	4	0.049	0.053	0.054	0.054	0.056
16	5	0.052	0.057	0.058	0.059	0.061	40	5	0.048	0.051	0.051	0.052	0.053
16	6	0.050	0.054	0.055	0.056	0.057	40	6	0.047	0.049	0.050	0.050	0.051
16	8	0.046	0.049	0.050	0.051	0.052	40	8	0.044	0.046	0.047	0.047	0.048
16	10	0.043	0.046	0.047	0.047	0.048	40	10	0.042	0.044	0.044	0.045	0.045
18	1	0.069	0.082	0.087	0.092	0.097	50	1	0.057	0.064	0.066	0.068	0.071
18	2	0.062	0.070	0.072	0.075	0.078	50	2	0.053	0.057	0.058	0.060	0.061
18	3	0.057	0.063	0.065	0.067	0.069	50	3	0.050	0.054	0.055	0.056	0.057
18	4	0.054	0.059	0.060	0.062	0.064	50	4	0.049	0.051	0.052	0.053	0.054
18	5	0.052	0.056	0.057	0.058	0.060	50	5	0.047	0.049	0.050	0.051	0.052
18	6	0.049	0.053	0.054	0.055	0.056	50	6	0.046	0.048	0.049	0.049	0.050
18	8	0.046	0.049	0.050	0.051	0.052	50	8	0.044	0.045	0.046	0.047	0.047
18	10	0.043	0.045	0.046	0.047	0.048	50	10	0.042	0.044	0.044	0.045	0.045
20	1	0.068	0.080	0.084	0.088	0.094	60	1	0.055	0.061	0.063	0.066	0.068
20	2	0.060	0.068	0.070	0.073	0.076	60	2	0.052	0.055	0.057	0.058	0.059
20	3	0.056	0.062	0.064	0.066	0.068	60	3	0.049	0.052	0.053	0.054	0.055
20	4	0.053	0.058	0.059	0.061	0.062	60	4	0.048	0.050	0.051	0.052	0.053
20	5	0.051	0.055	0.056	0.057	0.059	60	5	0.046	0.049	0.049	0.050	0.051
20	6	0.049	0.052	0.054	0.054	0.056	60	6	0.045	0.047	0.048	0.049	0.049
20	8	0.045	0.048	0.049	0.050	0.051	60	8	0.043	0.045	0.046	0.046	0.047
20	10	0.043	0.045	0.046	0.047	0.047	60	10	0.042	0.043	0.044	0.044	0.045
70	1	0.0539	0.0596	0.0615	0.0634	0.0657	70	1	0.0530	0.0582	0.0600	0.0617	0.0638
70	2	0.0506	0.0542	0.0554	0.0565	0.0578	70	2	0.0499	0.0532	0.0543	0.0553	0.0566
70	3	0.0486	0.0514	0.0523	0.0531	0.0542	70	3	0.0480	0.0506	0.0515	0.0522	0.0532
70	4	0.0471	0.0495	0.0502	0.0509	0.0517	70	4	0.0467	0.0489	0.0496	0.0502	0.0510
70	5	0.0460	0.0480	0.0486	0.0492	0.0499	70	5	0.0456	0.0475	0.0481	0.0486	0.0493
70	6	0.0449	0.0468	0.0473	0.0478	0.0485	70	6	0.0446	0.0463	0.0469	0.0473	0.0479
70	8	0.0432	0.0447	0.0452	0.0456	0.0461	70	8	0.0430	0.0444	0.0449	0.0453	0.0457
70	10	0.0417	0.0431	0.0435	0.0438	0.0443	70	10	0.0416	0.0429	0.0433	0.0436	0.0440
80	1	0.0530	0.0582	0.0600	0.0617	0.0638	80	1	0.0522	0.0570	0.0587	0.0603	0.0623
80	2	0.0499	0.0532	0.0543	0.0553	0.0566	80	2	0.0493	0.0524	0.0534	0.0544	0.0556
80	3	0.0480	0.0506	0.0515	0.0522	0.0532	80	3	0.0476	0.0500	0.0508	0.0515	0.0524
80	4	0.0467	0.0489	0.0496	0.0502	0.0510	80	4	0.0463	0.0483	0.0490	0.0496	0.0503
80	5	0.0456	0.0475	0.0481	0.0486	0.0493	80	5	0.0453	0.0470	0.0476	0.0481	0.0487
80	6	0.0446	0.0463	0.0469	0.0473	0.0479	80	6	0.0444	0.0460	0.0465	0.0469	0.0475
80	8	0.0430	0.0444	0.0449	0.0453	0.0457	80	8	0.0429	0.0442	0.0446	0.0450	0.0454
80	10	0.0416	0.0429	0.0433	0.0436	0.0440	80	10	0.0415	0.0427	0.0431	0.0434	0.0438
90	1	0.0522	0.0570	0.0587	0.0603	0.0623	90	1	0.0515	0.0561	0.0577	0.0592	0.0610
90	2	0.0493	0.0524	0.0534	0.0544	0.0556	90	2	0.0488	0.0517	0.0527	0.0536	0.0547
90	3	0.0476	0.0500	0.0508	0.0515	0.0524	90	3	0.0472	0.0495	0.0502	0.0509	0.0517
90	4	0.0463	0.0483	0.0490	0.0496	0.0503	90	4	0.0460	0.0479	0.0485	0.0491	0.0498
90	5	0.0453	0.0470	0.0476	0.0481	0.0487	90	5	0.0450	0.0467	0.0472	0.0477	0.0483
90	6	0.0444	0.0460	0.0465	0.0469	0.0475	90	6	0.0442	0.0457	0.0461	0.0466	0.0471
90	8	0.0429	0.0442	0.0446	0.0450	0.0454	90	8	0.0427	0.0440	0.0444	0.0447	0.0452
90	10	0.0415	0.0427	0.0431	0.0434	0.0438	90	10	0.0415	0.0426	0.0430	0.0433	0.0436
100	1	0.0515	0.0561	0.0577	0.0592	0.0610	100	1	0.0515	0.0561	0.0577	0.0592	0.0610
100	2	0.0488	0.0517	0.0527	0.0536	0.0547	100	2	0.0488	0.0517	0.0527	0.0536	0.0547
100	3	0.0472	0.0495	0.0502	0.0509	0.0517	100	3	0.0472	0.0495	0.0502	0.0509	0.0517
100	4	0.0460	0.0479	0.0485	0.0491	0.0498	100	4	0.0460	0.0479	0.0485	0.0491	0.0498
100	5	0.0450	0.0467	0.0472	0.0477	0.0483	100	5	0.0450	0.0467	0.0472	0.0477	0.0483
100	6	0.0442	0.0457	0.0461	0.0466	0.0471	100	6	0.0442	0.0457	0.0461	0.0466	0.0471
100	8	0.0427	0.0440	0.0444	0.0447	0.0452	100	8	0.0427	0.0440	0.0444	0.0447	0.0452
100	10	0.0415	0.0426	0.0430	0.0433	0.0436	100	10	0.0415	0.0426	0.0430	0.0433	0.0436

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$  Table for  $k = 30$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.176	0.261	0.292	0.323	0.361	5	1	0.087	0.114	0.123	0.133	0.145
1	2	0.125	0.166	0.180	0.194	0.211	5	2	0.072	0.087	0.092	0.097	0.103
1	3	0.100	0.126	0.135	0.144	0.154	5	3	0.064	0.075	0.078	0.082	0.086
1	4	0.082	0.103	0.109	0.115	0.123	5	4	0.058	0.067	0.070	0.072	0.075
1	5	0.070	0.086	0.092	0.096	0.102	5	5	0.054	0.061	0.063	0.065	0.068
1	6	0.060	0.074	0.079	0.082	0.087	5	6	0.050	0.056	0.058	0.060	0.062
1	8	0.045	0.057	0.060	0.063	0.067	5	8	0.044	0.049	0.051	0.052	0.054
1	10	0.034	0.045	0.047	0.050	0.053	5	10	0.039	0.044	0.045	0.046	0.047
2	1	0.127	0.178	0.198	0.216	0.240	6	1	0.082	0.105	0.113	0.122	0.132
2	2	0.097	0.124	0.133	0.142	0.154	6	2	0.068	0.082	0.086	0.091	0.096
2	3	0.082	0.100	0.106	0.112	0.119	6	3	0.061	0.071	0.074	0.077	0.081
2	4	0.071	0.085	0.090	0.094	0.099	6	4	0.056	0.064	0.066	0.069	0.072
2	5	0.063	0.075	0.078	0.082	0.086	6	5	0.052	0.059	0.061	0.063	0.065
2	6	0.057	0.067	0.070	0.072	0.076	6	6	0.049	0.054	0.056	0.058	0.060
2	8	0.047	0.055	0.057	0.059	0.062	6	8	0.044	0.048	0.049	0.051	0.052
2	10	0.039	0.046	0.048	0.049	0.052	6	10	0.039	0.043	0.044	0.045	0.047
3	1	0.107	0.145	0.159	0.173	0.191	7	1	0.077	0.098	0.106	0.113	0.123
3	2	0.085	0.105	0.113	0.119	0.128	7	2	0.066	0.078	0.082	0.086	0.091
3	3	0.073	0.088	0.092	0.097	0.103	7	3	0.059	0.068	0.071	0.074	0.077
3	4	0.065	0.076	0.080	0.083	0.088	7	4	0.054	0.062	0.064	0.066	0.069
3	5	0.059	0.068	0.071	0.074	0.077	7	5	0.051	0.057	0.059	0.060	0.063
3	6	0.054	0.062	0.064	0.067	0.069	7	6	0.048	0.053	0.055	0.056	0.058
3	8	0.046	0.052	0.054	0.056	0.058	7	8	0.043	0.047	0.049	0.050	0.051
3	10	0.040	0.045	0.047	0.048	0.050	7	10	0.039	0.043	0.044	0.045	0.046
4	1	0.095	0.126	0.137	0.149	0.163	8	1	0.074	0.093	0.100	0.107	0.115
4	2	0.077	0.095	0.100	0.106	0.113	8	2	0.063	0.074	0.078	0.082	0.086
4	3	0.068	0.080	0.084	0.088	0.093	8	3	0.057	0.066	0.068	0.071	0.074
4	4	0.061	0.071	0.074	0.077	0.080	8	4	0.053	0.060	0.062	0.064	0.066
4	5	0.056	0.064	0.067	0.069	0.072	8	5	0.050	0.055	0.057	0.059	0.061
4	6	0.052	0.059	0.061	0.063	0.065	8	6	0.047	0.052	0.053	0.055	0.056
4	8	0.045	0.051	0.052	0.054	0.056	8	8	0.043	0.046	0.048	0.049	0.050
4	10	0.040	0.044	0.046	0.047	0.049	8	10	0.039	0.042	0.043	0.044	0.045

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$  Table for  $k = 30$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
14	1	0.063	0.076	0.081	0.085	0.091	70	1	0.0455	0.0501	0.0518	0.0533	0.0553
14	2	0.056	0.063	0.066	0.068	0.072	70	2	0.0428	0.0457	0.0467	0.0477	0.0488
14	3	0.051	0.057	0.059	0.061	0.063	70	3	0.0412	0.0435	0.0442	0.0449	0.0458
14	4	0.048	0.053	0.055	0.056	0.058	70	4	0.0400	0.0420	0.0426	0.0431	0.0438
14	5	0.046	0.050	0.051	0.052	0.054	70	5	0.0391	0.0408	0.0413	0.0418	0.0424
14	6	0.044	0.047	0.049	0.050	0.051	70	6	0.0382	0.0398	0.0403	0.0407	0.0412
14	8	0.041	0.044	0.045	0.045	0.046	70	8	0.0369	0.0382	0.0386	0.0389	0.0394
14	10	0.038	0.041	0.041	0.042	0.043	70	10	0.0357	0.0369	0.0372	0.0375	0.0379
16	1	0.061	0.073	0.077	0.081	0.086	80	1	0.0446	0.0490	0.0505	0.0519	0.0537
16	2	0.054	0.061	0.064	0.066	0.069	80	2	0.0421	0.0449	0.0458	0.0467	0.0477
16	3	0.050	0.056	0.057	0.059	0.061	80	3	0.0406	0.0428	0.0435	0.0442	0.0449
16	4	0.047	0.052	0.053	0.054	0.056	80	4	0.0396	0.0414	0.0420	0.0425	0.0431
16	5	0.045	0.049	0.050	0.051	0.051	80	5	0.0387	0.0403	0.0408	0.0412	0.0418
16	6	0.043	0.047	0.048	0.049	0.050	80	6	0.0379	0.0394	0.0398	0.0402	0.0407
16	8	0.040	0.043	0.044	0.045	0.045	80	8	0.0367	0.0379	0.0382	0.0386	0.0390
16	10	0.038	0.040	0.041	0.041	0.042	80	10	0.0356	0.0367	0.0370	0.0373	0.0376
18	1	0.059	0.070	0.074	0.078	0.082	90	1	0.0440	0.0480	0.0494	0.0507	0.0524
18	2	0.053	0.059	0.062	0.064	0.066	90	2	0.0416	0.0442	0.0450	0.0458	0.0468
18	3	0.049	0.054	0.056	0.057	0.059	90	3	0.0402	0.0422	0.0429	0.0435	0.0442
18	4	0.047	0.051	0.052	0.053	0.055	90	4	0.0392	0.0409	0.0415	0.0419	0.0426
18	5	0.045	0.048	0.049	0.050	0.052	90	5	0.0384	0.0399	0.0403	0.0408	0.0413
18	6	0.043	0.046	0.047	0.048	0.049	90	6	0.0377	0.0390	0.0394	0.0398	0.0403
18	8	0.040	0.043	0.043	0.044	0.045	90	8	0.0365	0.0376	0.0380	0.0383	0.0387
18	10	0.038	0.040	0.041	0.041	0.042	90	10	0.0355	0.0365	0.0368	0.0371	0.0374
20	1	0.058	0.068	0.071	0.075	0.079	100	1	0.0434	0.0472	0.0485	0.0497	0.0513
20	2	0.052	0.058	0.060	0.062	0.064	100	2	0.0412	0.0436	0.0444	0.0452	0.0461
20	3	0.048	0.053	0.055	0.056	0.058	100	3	0.0399	0.0418	0.0424	0.0430	0.0437
20	4	0.046	0.050	0.051	0.052	0.054	100	4	0.0389	0.0405	0.0410	0.0415	0.0421
20	5	0.044	0.047	0.048	0.049	0.051	100	5	0.0381	0.0395	0.0400	0.0404	0.0409
20	6	0.042	0.045	0.046	0.047	0.048	100	6	0.0375	0.0387	0.0391	0.0395	0.0399
20	8	0.040	0.042	0.043	0.043	0.044	100	8	0.0363	0.0374	0.0377	0.0380	0.0384
20	10	0.037	0.040	0.040	0.041	0.041	100	10	0.0354	0.0363	0.0366	0.0369	0.0372

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$ . Table for  $k = 60$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.107	0.155	0.174	0.191	0.214	5	1	0.049	0.063	0.068	0.073	0.079
1	2	0.081	0.106	0.115	0.123	0.134	5	2	0.042	0.050	0.053	0.055	0.059
1	3	0.068	0.085	0.091	0.096	0.103	5	3	0.038	0.044	0.046	0.048	0.050
1	4	0.059	0.072	0.076	0.080	0.085	5	4	0.035	0.040	0.042	0.043	0.045
1	5	0.053	0.063	0.067	0.070	0.073	5	5	0.033	0.037	0.038	0.040	0.041
1	6	0.047	0.056	0.059	0.062	0.065	5	6	0.031	0.035	0.036	0.037	0.038
1	8	0.039	0.046	0.048	0.050	0.053	5	8	0.029	0.032	0.032	0.033	0.034
1	10	0.033	0.039	0.041	0.042	0.044	5	10	0.027	0.029	0.030	0.030	0.031
2	1	0.075	0.103	0.113	0.123	0.137	6	1	0.046	0.058	0.062	0.066	0.072
2	2	0.060	0.075	0.081	0.086	0.092	6	2	0.039	0.046	0.049	0.051	0.054
2	3	0.052	0.063	0.067	0.070	0.075	6	3	0.036	0.041	0.043	0.045	0.047
2	4	0.047	0.055	0.058	0.061	0.064	6	4	0.034	0.038	0.039	0.041	0.042
2	5	0.043	0.050	0.052	0.054	0.057	6	5	0.032	0.035	0.036	0.038	0.039
2	6	0.040	0.046	0.048	0.049	0.052	6	6	0.030	0.033	0.034	0.035	0.036
2	8	0.035	0.039	0.041	0.042	0.044	6	8	0.028	0.030	0.031	0.032	0.033
2	10	0.031	0.035	0.036	0.037	0.038	6	10	0.026	0.028	0.029	0.029	0.030
3	1	0.061	0.082	0.089	0.097	0.106	7	1	0.043	0.054	0.058	0.062	0.067
3	2	0.051	0.062	0.066	0.070	0.075	7	2	0.037	0.044	0.046	0.048	0.051
3	3	0.045	0.053	0.056	0.059	0.062	7	3	0.034	0.039	0.041	0.042	0.044
3	4	0.041	0.048	0.050	0.052	0.054	7	4	0.032	0.036	0.037	0.038	0.040
3	5	0.038	0.044	0.045	0.047	0.049	7	5	0.030	0.034	0.035	0.036	0.037
3	6	0.036	0.040	0.042	0.043	0.045	7	6	0.029	0.032	0.033	0.034	0.035
3	8	0.032	0.036	0.037	0.038	0.039	7	8	0.027	0.029	0.030	0.031	0.031
3	10	0.029	0.032	0.033	0.034	0.035	7	10	0.025	0.027	0.028	0.028	0.029
4	1	0.054	0.070	0.076	0.082	0.090	8	1	0.041	0.051	0.054	0.058	0.062
4	2	0.045	0.055	0.058	0.061	0.065	8	2	0.036	0.042	0.044	0.046	0.048
4	3	0.041	0.048	0.050	0.052	0.055	8	3	0.033	0.037	0.039	0.040	0.042
4	4	0.038	0.043	0.045	0.047	0.049	8	4	0.031	0.035	0.036	0.037	0.038
4	5	0.035	0.040	0.041	0.043	0.044	8	5	0.030	0.033	0.034	0.034	0.036
4	6	0.033	0.037	0.038	0.040	0.041	8	6	0.028	0.031	0.032	0.033	0.034
4	8	0.030	0.033	0.034	0.035	0.036	8	8	0.026	0.028	0.029	0.030	0.030
4	10	0.027	0.030	0.031	0.032	0.033	8	10	0.025	0.027	0.027	0.028	0.028
9	1	0.0394	0.0483	0.0516	0.0547	0.0588	10	1	0.0380	0.0463	0.0493	0.0522	0.0559
9	2	0.0346	0.0400	0.0418	0.0436	0.0458	10	2	0.0336	0.0386	0.0403	0.0419	0.0440
9	3	0.0320	0.0361	0.0374	0.0387	0.0402	10	3	0.0312	0.0349	0.0362	0.0374	0.0388
9	4	0.0302	0.0335	0.0346	0.0356	0.0368	10	4	0.0294	0.0326	0.0336	0.0345	0.0357
9	5	0.0288	0.0316	0.0325	0.0334	0.0344	10	5	0.0281	0.0308	0.0316	0.0324	0.0334
9	6	0.0276	0.0301	0.0309	0.0316	0.0325	10	6	0.0270	0.0294	0.0301	0.0308	0.0316
9	8	0.0257	0.0277	0.0284	0.0290	0.0297	10	8	0.0252	0.0272	0.0278	0.0283	0.0290
9	10	0.0242	0.0259	0.0265	0.0270	0.0276	10	10	0.0238	0.0255	0.0260	0.0265	0.0270
10	1	0.0368	0.0445	0.0474	0.0501	0.0535	11	1	0.0368	0.0445	0.0474	0.0501	0.0535
10	2	0.0327	0.0374	0.0390	0.0405	0.0424	11	2	0.0327	0.0374	0.0390	0.0405	0.0424
10	3	0.0304	0.0340	0.0352	0.0363	0.0376	11	3	0.0304	0.0340	0.0352	0.0363	0.0376
10	4	0.0288	0.0317	0.0327	0.0336	0.0347	11	4	0.0288	0.0317	0.0327	0.0336	0.0347
10	5	0.0276	0.0301	0.0309	0.0316	0.0325	11	5	0.0276	0.0301	0.0309	0.0316	0.0325
10	6	0.0265	0.0287	0.0295	0.0301	0.0309	11	6	0.0265	0.0287	0.0295	0.0301	0.0309
10	8	0.0249	0.0267	0.0273	0.0278	0.0284	11	8	0.0249	0.0267	0.0273	0.0278	0.0284
10	10	0.0235	0.0251	0.0256	0.0260	0.0265	11	10	0.0235	0.0251	0.0256	0.0260	0.0265
12	1	0.0358	0.0431	0.0457	0.0482	0.0515	12	1	0.0358	0.0431	0.0457	0.0482	0.0515
12	2	0.0319	0.0363	0.0379	0.0393	0.0411	12	2	0.0319	0.0363	0.0379	0.0393	0.0411
12	3	0.0298	0.0331	0.0343	0.0353	0.0366	12	3	0.0298	0.0331	0.0343	0.0353	0.0366
12	4	0.0283	0.0310	0.0319	0.0328	0.0338	12	4	0.0283	0.0310	0.0319	0.0328	0.0338
12	5	0.0271	0.0295	0.0302	0.0309	0.0318	12	5	0.0271	0.0295	0.0302	0.0309	0.0318
12	6	0.0261	0.0282	0.0289	0.0295	0.0302	12	6	0.0261	0.0282	0.0289	0.0295	0.0302
12	8	0.0245	0.0263	0.0268	0.0273	0.0279	12	8	0.0245	0.0263	0.0268	0.0273	0.0279
12	10	0.0232	0.0247	0.0252	0.0256	0.0261	12	10	0.0232	0.0247	0.0252	0.0256	0.0261

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$ .  $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$ . Table for  $k = 60$ 

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
14	1	0.034	0.041	0.043	0.045	0.048	30	1	0.028	0.032	0.033	0.034	0.036
14	2	0.031	0.035	0.036	0.037	0.039	30	2	0.026	0.028	0.029	0.030	0.031
14	3	0.029	0.032	0.033	0.034	0.035	30	3	0.025	0.027	0.027	0.028	0.028
14	4	0.027	0.030	0.031	0.031	0.032	30	4	0.024	0.025	0.026	0.026	0.027
14	5	0.026	0.028	0.029	0.030	0.031	30	5	0.023	0.025	0.025	0.025	0.026
14	6	0.025	0.027	0.028	0.028	0.029	30	6	0.023	0.024	0.024	0.025	0.025
14	8	0.024	0.025	0.026	0.027	0.027	30	8	0.022	0.023	0.023	0.023	0.024
14	10	0.023	0.024	0.025	0.025	0.025	30	10	0.021	0.022	0.022	0.022	0.023
16	1	0.033	0.039	0.041	0.043	0.046	40	1	0.026	0.030	0.031	0.032	0.033
16	2	0.030	0.033	0.035	0.036	0.037	40	2	0.025	0.027	0.027	0.028	0.029
16	3	0.028	0.031	0.032	0.032	0.034	40	3	0.023	0.025	0.026	0.026	0.027
16	4	0.027	0.029	0.030	0.030	0.031	40	4	0.023	0.024	0.025	0.025	0.025
16	5	0.026	0.028	0.028	0.029	0.030	40	5	0.022	0.023	0.024	0.024	0.025
16	6	0.025	0.027	0.027	0.028	0.028	40	6	0.022	0.023	0.023	0.023	0.024
16	8	0.023	0.025	0.025	0.026	0.026	40	8	0.021	0.022	0.022	0.022	0.023
16	10	0.022	0.024	0.024	0.024	0.025	40	10	0.020	0.021	0.021	0.022	0.022
18	1	0.032	0.037	0.039	0.041	0.043	50	1	0.025	0.028	0.029	0.030	0.031
18	2	0.029	0.032	0.033	0.034	0.036	50	2	0.024	0.025	0.026	0.027	0.027
18	3	0.027	0.030	0.031	0.031	0.032	50	3	0.023	0.024	0.025	0.025	0.025
18	4	0.026	0.028	0.029	0.030	0.030	50	4	0.022	0.023	0.024	0.024	0.024
18	5	0.025	0.027	0.028	0.028	0.029	50	5	0.022	0.023	0.023	0.023	0.024
18	6	0.024	0.026	0.027	0.027	0.028	50	6	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023
18	8	0.023	0.025	0.025	0.025	0.026	50	8	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022
18	10	0.022	0.023	0.024	0.024	0.024	50	10	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021
20	1	0.031	0.036	0.038	0.040	0.042	60	1	0.024	0.027	0.028	0.029	0.030
20	2	0.028	0.031	0.032	0.033	0.035	60	2	0.023	0.025	0.025	0.026	0.026
20	3	0.027	0.029	0.030	0.031	0.032	60	3	0.022	0.023	0.024	0.024	0.025
20	4	0.025	0.027	0.028	0.029	0.030	60	4	0.022	0.023	0.023	0.023	0.024
20	5	0.025	0.026	0.027	0.027	0.028	60	5	0.021	0.022	0.022	0.022	0.023
20	6	0.024	0.025	0.026	0.026	0.027	60	6	0.021	0.022	0.022	0.022	0.022
20	8	0.023	0.024	0.025	0.025	0.025	60	8	0.020	0.021	0.021	0.021	0.022
20	10	0.022	0.023	0.023	0.024	0.024	60	10	0.020	0.020	0.021	0.021	0.021
70	1	0.0237	0.0260	0.0268	0.0275	0.0285	70	1	0.0232	0.0253	0.0261	0.0267	0.0276
70	2	0.0225	0.0239	0.0244	0.0249	0.0254	70	2	0.0221	0.0234	0.0239	0.0243	0.0248
70	3	0.0217	0.0229	0.0233	0.0236	0.0241	70	3	0.0214	0.0225	0.0228	0.0231	0.0235
70	4	0.0212	0.0222	0.0225	0.0228	0.0232	70	4	0.0209	0.0218	0.0221	0.0224	0.0227
70	5	0.0208	0.0217	0.0220	0.0222	0.0225	70	5	0.0205	0.0213	0.0216	0.0218	0.0221
70	6	0.0205	0.0213	0.0215	0.0217	0.0220	70	6	0.0202	0.0209	0.0212	0.0214	0.0216
70	8	0.0199	0.0206	0.0208	0.0210	0.0212	70	8	0.0197	0.0203	0.0205	0.0207	0.0209
70	10	0.0194	0.0200	0.0202	0.0204	0.0206	70	10	0.0193	0.0198	0.0200	0.0201	0.0203
80	1	0.0228	0.0248	0.0254	0.0261	0.0269	80	1	0.0228	0.0248	0.0254	0.0261	0.0269
80	2	0.0217	0.0230	0.0234	0.0238	0.0243	80	2	0.0217	0.0230	0.0234	0.0238	0.0243
80	3	0.0211	0.0221	0.0224	0.0227	0.0231	80	3	0.0211	0.0221	0.0224	0.0227	0.0231
80	4	0.0207	0.0215	0.0218	0.0220	0.0223	80	4	0.0207	0.0215	0.0218	0.0220	0.0223
80	5	0.0203	0.0211	0.0213	0.0215	0.0218	80	5	0.0203	0.0211	0.0213	0.0215	0.0218
80	6	0.0200	0.0207	0.0209	0.0211	0.0213	80	6	0.0200	0.0207	0.0209	0.0211	0.0213
80	8	0.0195	0.0201	0.0203	0.0204	0.0206	80	8	0.0195	0.0201	0.0203	0.0204	0.0206
80	10	0.0191	0.0196	0.0198	0.0199	0.0201	80	10	0.0191	0.0196	0.0198	0.0199	0.0201
100	1	0.0225	0.0243	0.0249	0.0256	0.0263	100	1	0.0225	0.0243	0.0249	0.0256	0.0263
100	2	0.0215	0.0227	0.0230	0.0234	0.0239	100	2	0.0215	0.0227	0.0230	0.0234	0.0239
100	3	0.0209	0.0218	0.0221	0.0224	0.0228	100	3	0.0209	0.0218	0.0221	0.0224	0.0228
100	4	0.0205	0.0213	0.0215	0.0217	0.0220	100	4	0.0205	0.0213	0.0215	0.0217	0.0220
100	5	0.0201	0.0208	0.0211	0.0213	0.0215	100	5	0.0201	0.0208	0.0211	0.0213	0.0215
100	6	0.0198	0.0205	0.0207	0.0209	0.0211	100	6	0.0198	0.0205	0.0207	0.0209	0.0211
100	8	0.0194	0.0199	0.0201	0.0202	0.0204	100	8	0.0194	0.0199	0.0201	0.0202	0.0204
100	10	0.0190	0.0195	0.0196	0.0198	0.0199	100	10	0.0190	0.0195	0.0196	0.0198	0.0199

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR  $Z_m$ .  $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $k$ . Table for  $k = 120$

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.064	0.090	0.100	0.109	0.122	9	1	0.0215	0.0260	0.0276	0.0292	0.0312
1	2	0.051	0.065	0.070	0.075	0.081	9	2	0.0192	0.0219	0.0229	0.0237	0.0249
1	3	0.044	0.054	0.057	0.060	0.064	9	3	0.0179	0.0200	0.0207	0.0214	0.0222
1	4	0.039	0.047	0.050	0.052	0.055	9	4	0.0171	0.0188	0.0194	0.0199	0.0205
1	5	0.036	0.042	0.044	0.046	0.049	9	5	0.0164	0.0179	0.0184	0.0188	0.0194
1	6	0.033	0.038	0.040	0.042	0.044	9	6	0.0158	0.0172	0.0176	0.0180	0.0185
1	8	0.029	0.033	0.034	0.036	0.037	9	8	0.0150	0.0161	0.0164	0.0167	0.0171
1	10	0.026	0.029	0.030	0.031	0.032	9	10	0.0143	0.0152	0.0155	0.0158	0.0161
2	1	0.043	0.058	0.063	0.069	0.076	10	1	0.0206	0.0248	0.0263	0.0278	0.0297
2	2	0.036	0.044	0.047	0.050	0.053	10	2	0.0185	0.0211	0.0219	0.0228	0.0238
2	3	0.032	0.038	0.040	0.042	0.044	10	3	0.0174	0.0193	0.0200	0.0206	0.0213
2	4	0.029	0.034	0.036	0.037	0.039	10	4	0.0166	0.0182	0.0187	0.0192	0.0198
2	5	0.027	0.031	0.033	0.034	0.035	10	5	0.0159	0.0173	0.0178	0.0182	0.0187
2	6	0.025	0.029	0.030	0.031	0.032	10	6	0.0154	0.0167	0.0171	0.0174	0.0179
2	8	0.023	0.026	0.027	0.027	0.028	10	8	0.0146	0.0156	0.0160	0.0163	0.0166
2	10	0.021	0.023	0.024	0.025	0.026	10	10	0.0140	0.0149	0.0151	0.0154	0.0157
3	1	0.035	0.045	0.049	0.053	0.058	11	1	0.0200	0.0238	0.0252	0.0266	0.0283
3	2	0.030	0.036	0.038	0.040	0.042	11	2	0.0180	0.0203	0.0212	0.0219	0.0229
3	3	0.027	0.031	0.033	0.034	0.036	11	3	0.0169	0.0187	0.0193	0.0199	0.0206
3	4	0.025	0.028	0.030	0.031	0.032	11	4	0.0161	0.0176	0.0181	0.0186	0.0192
3	5	0.023	0.026	0.027	0.028	0.030	11	5	0.0155	0.0169	0.0173	0.0177	0.0181
3	6	0.022	0.025	0.026	0.027	0.027	11	6	0.0151	0.0162	0.0166	0.0170	0.0174
3	8	0.020	0.022	0.023	0.024	0.025	11	8	0.0143	0.0153	0.0156	0.0159	0.0162
3	10	0.019	0.021	0.021	0.022	0.022	11	10	0.0137	0.0145	0.0148	0.0150	0.0153
4	1	0.030	0.039	0.042	0.045	0.049	12	1	0.0194	0.0230	0.0243	0.0256	0.0272
4	2	0.026	0.031	0.033	0.034	0.036	12	2	0.0175	0.0197	0.0205	0.0212	0.0221
4	3	0.024	0.027	0.029	0.030	0.031	12	3	0.0165	0.0182	0.0188	0.0193	0.0200
4	4	0.022	0.025	0.026	0.027	0.028	12	4	0.0158	0.0172	0.0177	0.0181	0.0186
4	5	0.021	0.024	0.025	0.025	0.026	12	5	0.0152	0.0164	0.0169	0.0172	0.0177
4	6	0.020	0.022	0.023	0.024	0.025	12	6	0.0147	0.0159	0.0162	0.0165	0.0169
4	8	0.019	0.020	0.021	0.021	0.022	12	8	0.0140	0.0149	0.0152	0.0155	0.0158
4	10	0.017	0.019	0.019	0.020	0.020	12	10	0.0134	0.0143	0.0145	0.0147	0.0150

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR  $2m$   $k$  = number of sample variances, each with degrees of freedom =  $n$ . Table for  $k = 120$ 

$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n$	$m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
14	1	0.018	0.022	0.023	0.024	0.025	30	1	0.015	0.017	0.017	0.018	0.019
14	2	0.017	0.019	0.019	0.020	0.021	30	2	0.014	0.015	0.015	0.016	0.016
14	3	0.016	0.017	0.018	0.018	0.019	30	3	0.013	0.014	0.014	0.015	0.015
14	4	0.015	0.016	0.017	0.017	0.018	30	4	0.013	0.014	0.014	0.014	0.014
14	5	0.015	0.016	0.016	0.016	0.017	30	5	0.012	0.013	0.013	0.014	0.014
14	6	0.014	0.015	0.016	0.016	0.016	30	6	0.012	0.013	0.013	0.013	0.013
14	8	0.014	0.014	0.015	0.015	0.015	30	8	0.012	0.012	0.012	0.013	0.013
14	10	0.013	0.014	0.014	0.014	0.014	30	10	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
16	1	0.018	0.021	0.022	0.023	0.024	40	1	0.014	0.015	0.016	0.016	0.017
16	2	0.016	0.018	0.019	0.019	0.020	40	2	0.013	0.014	0.014	0.015	0.015
16	3	0.015	0.017	0.017	0.018	0.018	40	3	0.012	0.013	0.014	0.014	0.014
16	4	0.015	0.016	0.016	0.017	0.017	40	4	0.012	0.013	0.013	0.013	0.014
16	5	0.014	0.015	0.016	0.016	0.016	40	5	0.012	0.012	0.013	0.013	0.013
16	6	0.014	0.015	0.015	0.015	0.016	40	6	0.012	0.012	0.012	0.012	0.013
16	8	0.013	0.014	0.014	0.014	0.015	40	8	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012
16	10	0.013	0.013	0.014	0.014	0.014	40	10	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012
18	1	0.017	0.020	0.021	0.022	0.023	50	1	0.013	0.014	0.015	0.015	0.016
18	2	0.016	0.017	0.018	0.018	0.019	50	2	0.012	0.013	0.014	0.014	0.014
18	3	0.015	0.016	0.016	0.017	0.017	50	3	0.012	0.013	0.013	0.013	0.013
18	4	0.014	0.015	0.016	0.016	0.016	50	4	0.012	0.012	0.012	0.012	0.013
18	5	0.014	0.015	0.015	0.015	0.016	50	5	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
18	6	0.014	0.014	0.015	0.015	0.015	50	6	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012
18	8	0.013	0.014	0.014	0.014	0.014	50	8	0.011	0.011	0.012	0.012	0.012
18	10	0.012	0.013	0.013	0.014	0.014	50	10	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
20	1	0.016	0.019	0.020	0.021	0.022	60	1	0.013	0.014	0.014	0.015	0.015
20	2	0.015	0.017	0.017	0.018	0.018	60	2	0.012	0.013	0.013	0.013	0.014
20	3	0.014	0.016	0.016	0.016	0.017	60	3	0.012	0.012	0.012	0.013	0.013
20	4	0.014	0.015	0.015	0.016	0.016	60	4	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012
20	5	0.014	0.014	0.015	0.015	0.015	60	5	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012
20	6	0.013	0.014	0.014	0.014	0.015	60	6	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012
20	8	0.013	0.013	0.014	0.014	0.014	60	8	0.011	0.011	0.011	0.011	0.012
20	10	0.012	0.013	0.013	0.013	0.013	60	10	0.010	0.011	0.011	0.011	0.011
70	1	0.0123	0.0134	0.0138	0.0142	0.0146	70	1	0.0120	0.0130	0.0134	0.0137	0.0142
70	2	0.0117	0.0124	0.0127	0.0129	0.0132	70	2	0.0115	0.0121	0.0124	0.0126	0.0128
70	3	0.0114	0.0120	0.0121	0.0123	0.0125	70	3	0.0112	0.0117	0.0119	0.0120	0.0122
70	4	0.0112	0.0116	0.0118	0.0119	0.0121	70	4	0.0110	0.0114	0.0116	0.0117	0.0118
70	5	0.0110	0.0114	0.0115	0.0117	0.0118	70	5	0.0108	0.0112	0.0113	0.0114	0.0116
70	6	0.0108	0.0112	0.0113	0.0114	0.0116	70	6	0.0107	0.0110	0.0111	0.0112	0.0114
70	8	0.0106	0.0109	0.0110	0.0111	0.0112	70	8	0.0104	0.0107	0.0108	0.0109	0.0110
70	10	0.0104	0.0107	0.0108	0.0108	0.0109	70	10	0.0102	0.0105	0.0106	0.0107	0.0108
80	1	0.0120	0.0130	0.0134	0.0137	0.0142	80	1	0.0118	0.0127	0.0131	0.0134	0.0138
80	2	0.0115	0.0121	0.0124	0.0126	0.0128	80	2	0.0113	0.0119	0.0121	0.0123	0.0125
80	3	0.0112	0.0117	0.0119	0.0120	0.0122	80	3	0.0110	0.0115	0.0117	0.0118	0.0120
80	4	0.0110	0.0114	0.0116	0.0117	0.0118	80	4	0.0108	0.0112	0.0114	0.0115	0.0116
80	5	0.0108	0.0112	0.0113	0.0114	0.0116	80	5	0.0106	0.0110	0.0111	0.0112	0.0114
80	6	0.0107	0.0110	0.0111	0.0112	0.0114	80	6	0.0105	0.0109	0.0110	0.0111	0.0112
80	8	0.0104	0.0107	0.0108	0.0109	0.0110	80	8	0.0103	0.0106	0.0107	0.0108	0.0109
80	10	0.0102	0.0105	0.0106	0.0107	0.0108	80	10	0.0101	0.0104	0.0105	0.0105	0.0106
90	1	0.0118	0.0127	0.0131	0.0134	0.0138	90	1	0.0116	0.0125	0.0128	0.0131	0.0135
90	2	0.0113	0.0119	0.0121	0.0123	0.0125	90	2	0.0111	0.0117	0.0119	0.0121	0.0123
90	3	0.0110	0.0115	0.0117	0.0118	0.0120	90	3	0.0109	0.0113	0.0115	0.0116	0.0118
90	4	0.0108	0.0112	0.0114	0.0115	0.0116	90	4	0.0107	0.0111	0.0112	0.0113	0.0114
90	5	0.0106	0.0110	0.0111	0.0112	0.0114	90	5	0.0105	0.0109	0.0110	0.0111	0.0112
90	6	0.0105	0.0109	0.0110	0.0111	0.0112	90	6	0.0104	0.0107	0.0108	0.0109	0.0110
90	8	0.0103	0.0106	0.0107	0.0108	0.0109	90	8	0.0102	0.0105	0.0106	0.0106	0.0107
90	10	0.0101	0.0104	0.0105	0.0105	0.0106	90	10	0.0100	0.0103	0.0103	0.0104	0.0105



UNCLASSIFIED

SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE (When Data Entered)

REPORT DOCUMENTATION PAGE		READ INSTRUCTIONS BEFORE COMPLETING FORM
1. REPORT NUMBER 419	2. GOVT ACCESSION NO.	3. RECIPIENT'S CATALOG NUMBER
4. TITLE (and Subtitle)  An Extension Of Cochran's Test For Homogeneity Of Variances		5. TYPE OF REPORT & PERIOD COVERED  TECHNICAL REPORT
		6. PERFORMING ORG. REPORT NUMBER
7. AUTHOR(s)  H. Solomon and M. A. Stephens		8. CONTRACT OR GRANT NUMBER(s)  N00014-89-J-1627
9. PERFORMING ORGANIZATION NAME AND ADDRESS Department of Statistics Stanford University Stanford, CA 94305		10. PROGRAM ELEMENT, PROJECT, TASK AREA & WORK UNIT NUMBERS  NR-042-267
11. CONTROLLING OFFICE NAME AND ADDRESS Office of Naval Research Statistics & Probability Program Code 1111		12. REPORT DATE August 8, 1989
		13. NUMBER OF PAGES 33
14. MONITORING AGENCY NAME & ADDRESS (if different from Controlling Office)		15. SECURITY CLASS. (of this report)  UNCLASSIFIED
		15a. DECLASSIFICATION/DOWNGRADING SCHEDULE
16. DISTRIBUTION STATEMENT (of this Report)  APPROVED FOR PUBLIC RELEASE: DISTRIBUTION UNLIMITED		
17. DISTRIBUTION STATEMENT (of the abstract entered in Block 20, if different from Report)		
18. SUPPLEMENTARY NOTES		
19. KEY WORDS (Continue on reverse side if necessary and identify by block number)  Control charts; process control; quality control; stability of variance.		
20. ABSTRACT (Continue on reverse side if necessary and identify by block number)  Cochran's test for equality of $k$ normal population variances consists of comparing the largest of the set of $k$ sample variances, all based on the same number of degrees of freedom $n$ , with the sum of the sample variances. More generally, it may sometimes be advantageous to compare the $m$ -th largest sample variance with the total. The distribution theory of the resulting statistic $Z_m$ is discussed, and a table is given of percentage points of $Z_m$ , for a wide range of $k$ , $n$ , and $m$ , with which to make the test. The test is illustrated with an example taken from Duncan (1986).		

DD FORM 1 JAN 73 1473

EDITION OF 1 NOV 65 IS OBSOLETE  
S/N 0102-014-6601

33

UNCLASSIFIED

SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE (When Data Entered)